

تعیین نقطه سفارش و اندازه بهینه سفارش در یک زنجیره دو سطحی با پارامترهای احتمالی

ابراهیم تیموری

استادیار و عضو هیئت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران

teimoury@iust.ac.ir

یوسف قیامی

کارشناس ارشد مهندسی صنایع

youssef_ghiami@ind.iust.ac.ir

فرهاد حسن زاده

کارشناس ارشد مهندسی صنایع

fhzadeh@iust.ac.ir

چکیده:

در حال حاضر بسیاری از کارخانجات تولیدی، برنامه ریزی توزیع محصولات خود را بدون در نظر گرفتن حلقه های قبل و بعد از خود، در زنجیره تامین انجام می دهند. این دیدگاه باعث شده است که محصولات زیادی در طول زنجیره تامین، در سطوح مختلف به صورت ناکارآمد و نامناسب انبار شده و هزینه های زیادی به تولیدکنندگان و توزیع کنندگان و به تبع آن، به مشتریان نهایی تحمیل شود. در این مقاله به صورت هم زمان هزینه های دو عضو غیر هم سطح از یک کانال توزیع و همچنین هزینه های مربوط به حمل و نقل کالا بین این دو عضو در نظر گرفته می شود. مدل ارائه شده در این مقاله با در نظر داشتن هزینه های اشاره شده، به منظور کمینه کردن مجموع هزینه های سیستم، سیاست های موجودی را تعیین می نماید. در این مدل تقاضای کالا در خرده فروشی اتفاق می افتد و توزیع این تقاضا بواسطه می باشد. همچنین در این مدل، زمان انتظار خرده فروش نیز غیرقطعی بوده و کمبود به صورت فروش از دست رفته در نظر گرفته می شود.

واژه‌های کلیدی: تقاضای احتمالی - زمان انتظار احتمالی - هزینه های حمل و نقل - مدیریت زنجیره تامین

۱- مقدمه

از دیدگاه مدیریت زنجیره تامین، برنامه ریزی صرفاً برای یک بنگاه به منظور ایجاد بهبود و کاهش هزینه‌ها، کافی نیست. بلکه در این نگرش کلیه تامین کنندگان مواد اولیه، تولید کنندگان، توزیع کنندگان و فروشندگان در بهبود کیفیت محصول نهایی و کاهش هزینه‌ها و قیمت نهایی به طور مستقیم تاثیرگذار هستند. بنابراین لازم است در برنامه ریزی‌ها، سطوح مختلف و محدودیت‌های آنها در نظر گرفته شود.

در حرکت محصولات از تامین کننده مواد اولیه تا مصرف کننده محصول نهایی، با توجه به نوع مواد و محصولات، محدودیت‌های مختلفی به بنگاه‌ها اعمال می‌شود. مثلاً در مورد مواد خوراکی که عمر کوتاهی دارند لازم است تا حد امکان تولید آنها را به تاخیر انداخت و پس از تولید نیز هرچه سریعتر آنها را به مصرف کننده نهایی رساند. در برنامه ریزی محصولات غیر خوراکی که طول عمر زیادی دارند می‌توان افزایش سطح خدمت به مشتری را به عنوان هدف اصلی قرار داد. البته نگهداری موجودی، هزینه‌هایی را از قبیل خواب سرمایه، هزینه فضا و خرابی و ضایعات ناشی از انبارش، به بنگاه‌های اقتصادی وارد می‌کند. به همین دلیل در برنامه ریزی برای مقدار ارسال، زمان ارسال و میزان ذخیره، لازم است به صورت همزمان هزینه‌های مختلف ناشی از این تصمیمات را در نظر گرفت. این نگرش مانع از آن می‌شود که به منظور کم کردن هزینه‌ها در یک بخش، به طور ناخواسته هزینه‌ای مضاعف به بخش دیگر وارد گردد.

با توجه به موارد ذکر شده، بدست آوردن سیاست بهینه در یک سیستم موجودی چند پله‌ای با در نظر گرفتن تعاملات میان سطوح مختلف، مشکل می‌باشد. در تحقیقات انجام شده تا حد امکان سعی شده پارامترهای مختلف، قطعی و ثابت فرض شود تا از پیچیده شدن مدل جلوگیری گردد.

یکی از اولین مدل‌های مرور پیوسته موجودی در سیستم‌های چند سطحی، توسط [1] Sherbrooke ارائه شد. او یک سیستم دو سطحی را در نظر گرفت که در آن تعدادی خرده فروش با یک انبار مرکزی در ارتباط می‌باشند. به منظور تعیین سطح بهینه موجودی در این سیستم او تقریب متریک معرفی می‌نماید. [2] Graves از طریق برآورد دو پارامتر، میانگین و واریانس، تقریب متریک را توسعه می‌دهد. او توزیع دو جمله‌ای منفی را بر این پارامترها برازانی تا سیاست بهینه موجودی را تعیین نماید. بعدها [3] Axsater راه حل دقیقی را برای مساله ارائه کرد و نشان داد که تقریب متریک سفارشات عقب افتاده خرده فروش‌ها را کمتر از حد واقعی برآورد می‌کند، در حالیکه تقریب دو پارامتری Graves سفارشات عقب افتاده خرده فروش‌ها را کمتر از حد برآورد می‌نماید. [4] Muckstadt و پس از او Lee [5] مدل Sherbrooke را تا حدی توسعه دادند.

کلیه مطالعات فوق از سیاست (One-for-One) OfO استفاده کردند. یعنی هنگامی سفارش دهی انجام می‌شود وارد شود. [6] Axsater نشان داد هنگامی که فقط یک خرده فروش وجود دارد چگونه می‌توان روش‌های مختلف را برای سیاست سفارش دهی OfO توسعه داد. تحلیل سیاست‌های سفارش دهی به صورت دسته‌ای در سیستم‌های درختی را می‌توان مشابه روش Sherbrooke انجام داد. [7] Schwarz و Deuermeyer اولین کسانی هستند که این نوع سیستم‌ها را تحلیل کردند. آنها میانگین و واریانس زمان انتظار را تخمین زدند تا بتوانند میانگین سطح موجودی و میزان سفارشات عقب افتاده را در انبار مرکزی برآورد کنند البته با این فرض که توزیع زمان انتظار نرمال است.

۲- طراحی و توسعه مدل

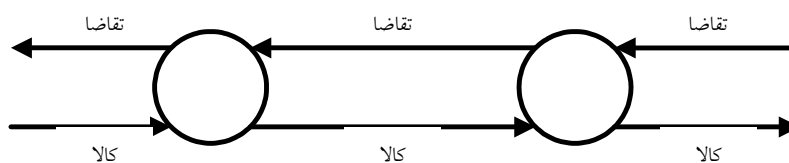
هدف این مدل تعیین نقطه سفارش و میزان سفارش نزدیک به بهینه است به نحوی که هزینه کل مورد انتظار، حداقل گردد. این تعیین سیاست برای دو بنگاه مستقل از هم انجام می‌گردد. در این مدل، سیاست بنگاه‌ها از نوع (Q, r) در نظر گرفته شده است. همچنین در کمینه کردن هزینه‌ها، محدودیت خدمت به مشتری در نظر گرفته شده است. در طراحی و تحلیل مدل لازم است چهار مرحله زیر طی گردد:

- ۱) تحلیل موجودی در خرده فروشی
- ۲) تحلیل تقاضا در عمده فروشی
- ۳) تحلیل موجودی در عمده فروش

۳- فرضیات

این مدل فرض می‌کند که محصولی مشخص با قیمت ثابت و وزن ثابت ۱ کیلوگرم توسط یک سیستم دو پله ای (یک خرده فروش و یک عمده فروش) توزیع می‌گردد. تقاضای روزانه در خرده فروشی طبق توزیع پواسون با میانگین λ می‌باشد (شکل ۱). هرگاه میزان موجودی در خرده فروشی به r_R برسد خرده فروش به اندازه Q_R واحد محصول به عمده فروشی سفارش می‌دهد. زمان انتظار جهت دریافت سفارشات در خرده فروشی (L_R) احتمالی می‌باشد. در صورتی که مشتری به خرده فروشی مراجعه کند و خرده فروشی نتواند سفارش را پاسخ دهد، این تقاضا به صورت فروش از دست رفته در نظر گرفته می‌شود. کمبود در عمده فروشی نیز به صورت پس‌افت در نظر گرفته می‌شود. سیاست عمده فروش نیز (Q, r) است و هر زمان که موجودی عمده فروشی به سطح r_W نزول کند، عمده فروش به اندازه Q_W واحد به تامین‌کننده خود سفارش می‌دهد. از زمان سفارش‌گذاری، مدت زمانی که طول می‌کشد تا عمده فروش سفارش خود را دریافت کند معادل L_W واحد زمان و قطعی است.

در عمده فروشی و خرده فروشی محدودیتی برای فضای انبار و سرمایه وجود ندارد. کلیه پارامترهای مربوط به هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری و کمبود قطعی و ثابت است. هزینه حمل و نقل به صورت پله‌ای و با توجه به انواع وسایل حمل و نقل محاسبه می‌گردد. در این قسمت به صورت خلاصه پارامترهای مدل را معرفی می‌کنیم. لازم به ذکر است که اندیس R و W به ترتیب مربوط به خرده فروش و عمده فروش می‌باشد:



شکل ۱: نحوه ارتباط دو بنگاه اقتصادی مورد بحث

۴- پارامترها

- D : تقاضای سالیانه در خرده فروش (توزیع پواسون با میانگین λ ۳۶۰)
- A_R : هزینه ثابت سفارش‌دهی خرده فروشی
- h_R : هزینه نگهداری یک واحد کالا در واحد زمان در خرده فروشی
- π_R : هزینه کمبود کالا در خرده فروشی
- L_R : مدت زمان جهت تحویل کالا به خرده فروش ($P(L_R = a_j) = p_j$)
- μ_{L_R} : متوسط تقاضا در مدت تحویل برای خرده فروش
- ρ_R : سطح خدمت در خرده فروشی
- A_W : هزینه ثابت سفارش‌دهی در عمده فروشی
- h_W : هزینه نگهداری یک واحد کالا در واحد زمان در عمده فروشی
- $\hat{\pi}_W$: هزینه کمبود یک واحد کالا در عمده فروشی در واحد زمان
- L_W : مدت زمان تحویل کالا به عمده فروشی
- ρ_W : سطح خدمت در عمده فروشی
- μ_{L_W} : متوسط تقاضای ورودی به عمده فروشی در مدت تحویل

m : تعداد انواع وسایل حمل

V_i : ظرفیت i امین وسیله حمل بر حسب واحد کالا، $V_1 > V_2 > \dots > V_m$ اعداد صحیح مثبت

P_i : هزینه بکارگیری i امین وسیله حمل بر حسب واحد پول، $P_1 > P_2 > \dots > P_m > 0$

k_i : تعداد بکارگرفته شده از i امین وسیله حمل

Q^j : اندازه سفارش در j امین نقطه شکست هزینه حمل

۵- تحلیل موجودی در خرده فروشی

میزان موجودی در خرده فروشی با نرخ متوسط λ واحد در روز (تقاضای احتمالی) کاهش می یابد. هرگاه سطح موجودی در خرده فروشی به r_R برسد، خرده فروشی، سفارشی به اندازه Q_R واحد به عمده فروش می دهد. مدت زمانی که طول می کشد تا خرده فروش سفارش خود را دریافت کند (از لحظه سفارش دهی) غیرقطعی است و برای محاسبه احتمال آن می توان از تابع $P(L_R = a_j) = p_j$ استفاده نمود. با توجه به شکل ۲ می توان متوسط موجودی در یک دوره را در خرده فروشی محاسبه نمود:

$$P(L_R = a_j) = p_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$P(D_{L_R} = x) = \sum_{j=1}^n P(D_{L_R} = x | L_R = a_j) \times P(L_R = a_j) \quad \text{و} \quad E(L_R) = \sum_{j=1}^n a_j p_j$$

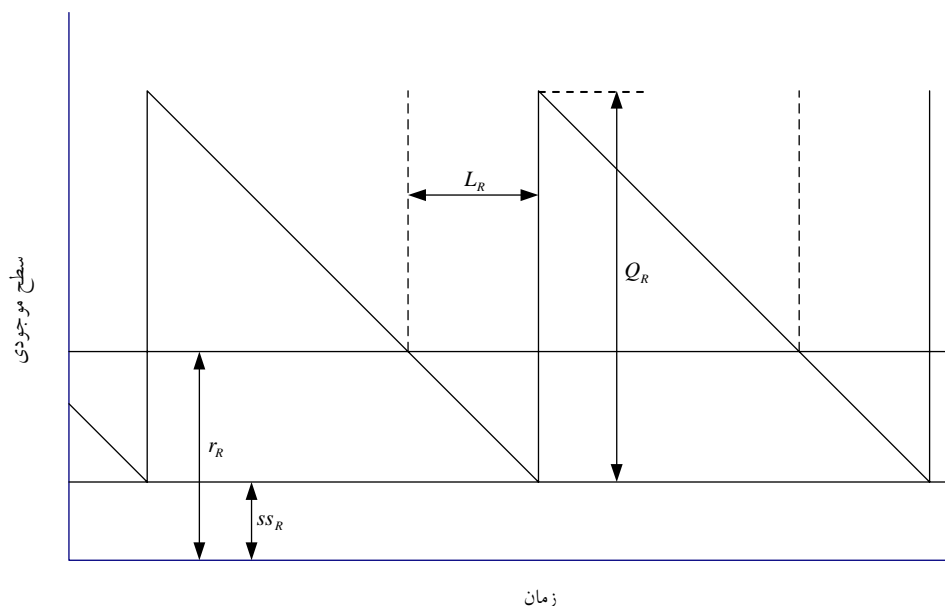
$$\mu_{L_R} = E(D_{L_R})E(L_R) = \lambda E(L_R) \quad (1)$$

$$\bar{I}_R = \frac{Q_R}{2} + r_R - \mu_{L_R} = \frac{Q_R}{2} + r_R - \lambda E(L_R) \quad (2)$$

همچنین در خرده فروشی، کمبود در صورتی پیش می آید که در مدت تحویل، تقاضایی بیش از r_R وجود داشته باشد. در این صورت می توان متوسط کمبود را در یک دوره به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P(D_{L_R} > r_R) = \sum_{i=r_R+1}^{\infty} P(D_{L_R} = i) = \sum_{i=r_R+1}^{\infty} \sum_{j=1}^n p_j \frac{e^{-\lambda a_j} (\lambda a_j)^i}{i!} \quad (3)$$

$$\bar{b}_R = \sum_{i=r_R}^{\infty} (i - r_R) \times P(D_{L_R} = i) = \sum_{i=r_R}^{\infty} (i - r_R) \times \sum_{j=1}^n p_j \frac{e^{-\lambda a_j} (\lambda a_j)^i}{i!} \quad (4)$$



شکل ۲: سطح موجودی در خرده فروش

۶- تحلیل تقاضا در عمده فروشی

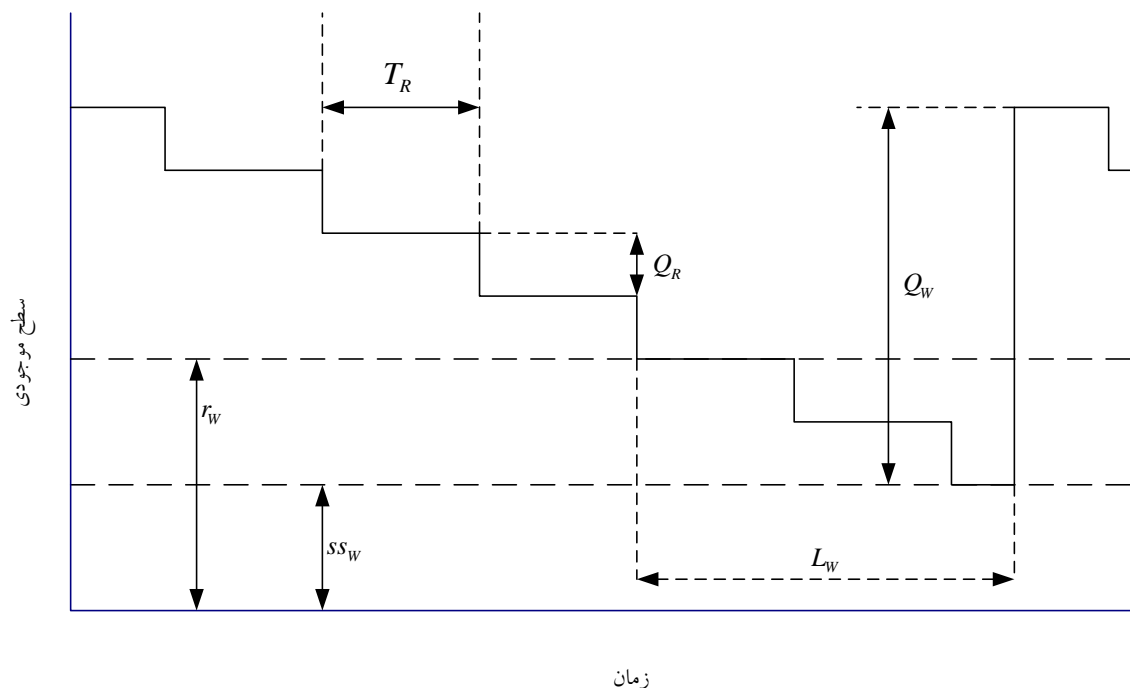
تقاضایی که به خرده فروشی وارد می شود، دارای توزیع پواسون با میانگین λ می باشد. در حقیقت فاصله زمانی دو تقاضای متوالی در خرده فروشی متغیر تصادفی نمایی با میانگین λ^{-1} است. هنگامی که میزان موجودی در خرده فروشی به r_R می رسد، خرده فروشی سفارشی را به اندازه Q_R به عمده فروشی می دهد. در این زمان، مقدار Q_R واحد از موجودی عمده فروشی کاسته می شود. پس از مدتی که مجدداً سطح موجودی خرده فروشی به r_R رسید، دوباره سفارشی به اندازه Q_R به عمده فروشی می دهد. بنابراین فاصله زمانی میان دو تقاضا که به عمده فروشی می رسد معادل زمان لازم جهت اتفاق افتادن حداقل Q_R واحد تقاضا در خرده فروشی است. میانگین این فاصله زمانی (دوره موجودی در خرده فروشی) را می توان به صورت زیر محاسبه نمود (شکل ۳):

T_R = فاصله زمانی بین دو تقاضا که از سوی خرده فروشی می رسد =

احتمال کمبود i واحد محصول در هر دوره در خرده فروشی q_i =

$$= q_0 \times Q_R + q_1 \times (Q_R + 1) + q_2 \times (Q_R + 2) + \dots = Q_R + \bar{b}_R$$

$$\Rightarrow E(T_R) = \frac{Q_R + \bar{b}_R}{\lambda} \quad (5)$$



شکل ۳: سطح موجودی در عمده

۷- تحلیل موجودی در عمده فروشی

تقاضایی که به عمده فروشی می رسد در اندازه های Q_R تایی است و فاصله زمانی میان آنها تصادفی است. لازم است موجودی عمده فروشی در هر لحظه مضرب صحیحی از Q_R باشد. میانگین مدت زمان هر دوره در عمده فروشی معادل میانگین زمان مصرف حداقل Q_W

واحد محصول است. با توجه به اینکه Q_W مضرب صحیحی از Q_R می باشد ($Q_W = kQ_R$)، میانگین زمان یک دوره موجودی در عمده فروشی معادل $E(kT_R)$ است. با توجه به شکل ۳ می توان میانگین مجموع موجودی عمده فروشی را در یک دوره (بدون در نظر گرفتن SS_W) به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E(T_W) = E(kT_R) = kE(T_R) = k(Q_R + \bar{b}_R) / \lambda \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &= kQ_R \{E(T_R) - L_W + \lfloor L_W / E(T_R) \rfloor\} \times E(T_R) + \\ &+ (k-1)Q_R \{E(T_R)\} + \Lambda + 2Q_R \{E(T_R)\} + Q_R \{E(T_R)\} \\ &= \frac{k(k+1)}{2} Q_R \times E(T_R) - kQ_R \{L_W - \lfloor L_W / E(T_R) \rfloor\} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{متوسط موجودی در گردش} = \left(\frac{k+1}{2}\right)Q_R - \left(L_W - \left\lfloor \frac{L_W}{E(T_R)} \right\rfloor\right)Q_R / E(T_R)$$

$$SS_W = Q_R \{k' - \lfloor L_W / E(T_R) \rfloor\}$$

$$\bar{I}_W = Q_R \{k' - \lfloor L_W / E(T_R) \rfloor\} + \left(\frac{k+1}{2}\right) - (L_W - \lfloor L_W / E(T_R) \rfloor) / E(T_R) \quad (8)$$

به منظور محاسبه کمبود در عمده فروشی، ابتدا فاصله میان دو تقاضا را که از خرده فروشی دریافت می شود، با متغیر تصادفی ارلانگ با پارامترهای $\alpha' = Q_R + \bar{b}_R$ و $\beta' = 1/\lambda$ تقریب می زنیم. در صورتیکه مجموع $(k' + I)$ از این متغیرهای ارلانگ را X_W بنامیم، این متغیر از توزیع ارلانگ با پارامترهای $(Q_R + \bar{b}_R)$ و $\alpha = (k' + I)$ و $\beta = 1/\lambda$ برخوردار خواهد بود. در اینصورت اگر X_W کوچکتر از L_W باشد، عمده فروشی با کمبود مواجه خواهد شد. باید به این نکته توجه داشت که در حالت کمبود، این میزان همواره برابر Q_R خواهد بود، بنابراین:

$$\bar{b}(r_W) = \int_0^{L_W} Q_R f(x_W) dx_W = Q_R \int_0^{L_W} f(x_W) dx_W = Q_R \left(1 - \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\lambda L_W)^i e^{-\lambda L_W}}{i!}\right) \quad (9)$$

۸- بررسی و محاسبه هزینه کل سیستم

با توجه به محاسبات انجام شده متوسط هزینه کل در طی سال به صورت زیر خواهد بود:

$$E(TC) = (A_R + C(Q_R)) \left(\frac{360\lambda}{Q_R + \bar{b}_R}\right) + h_R \bar{I}_R + 360\lambda \pi_R P(D_{L_R} > r_R) + A_W (E(T_W))^{-1} + h_W \bar{I}_W + \hat{\pi}_W \bar{b}(r_W) \quad (10)$$

عبارت $C(Q_R)$ نشاندهنده هزینه حمل کالا از عمده فروشی به خرده فروشی است. در این مدل فرض بر این است که m نوع مختلف وسیله حمل و از هر نوع، تعدادی نامحدود موجود است. استفاده از یک وسیله حمل از نوع i هزینه ای معادل P_i را در بردارد. با توجه به این نکته که هر وسیله از نوع i ظرفیت V_i واحد کالا را دارد، باید در مورد وسایل حمل نیز تصمیم گیری نمود. به این منظور لازم است ترکیب های مختلف از وسایل حمل موجود، بررسی شده و نقاط شکست تابع هزینه حمل یک به یک و به ترتیب صعودی شناسایی شوند. تابع هزینه به صورت پله ای می باشد. توجه کنید که گرچه اندازه سفارش در نقاط شکست، یک ترکیب خطی از ظرفیت وسایل حمل مختلف می باشد اما هر Q که ترکیبی خطی از ظرفیت وسایل حمل مختلف باشد لزوماً یک نقطه شکست نخواهد بود.

فرض کنید پس از بررسی، اندازه سفارش معادل j امین نقطه شکست (Q^j) معرفی شود. برای تعیین نقطه شکست بعدی (Q^{j+1}) باید ترکیبی از وسایل حمل مختلف را شناسایی نمود که بتوانند $Q^j + I$ واحد بار را با کمترین هزینه ممکن حمل نمایند و بطور همزمان

باید کل ظرفیت حمل را بدون وارد نمودن خدشه به این هزینه کمینه، بیشینه نمایند. این امر معادل با حل مسأله MODM¹ زیر برای k_i های صحیح غیر منفی خواهد بود:

$$\text{اولویت اول} \rightarrow \text{Min } C(Q) = \sum_{i=1}^m k_i P_i$$

$$\text{اولویت دوم} \rightarrow \text{Max } \sum_{i=1}^m k_i V_i$$

$$\text{محدودیت} \rightarrow \sum_{i=1}^m k_i V_i \geq Q^j + I$$

به منظور تعیین سیاست های موجودی با هدف کمینه کردن هزینه ها، می‌توان در هر مرحله، نقطه شکست بعدی (Q^{j+1}) را از طریق بررسی ترکیبات خطی موجهی از ظرفیت وسایل حمل مختلف که قادر به بارگیری حداقل $Q^j + I$ واحد بار هستند را مشخص نمود. نقطه شکست بعدی $Q^{j+1} = \sum_{i=1}^m k_i^* V_i$ و هزینه معادل آن برابر $\sum_{i=1}^m k_i^* P_i$ خواهد بود. پس از شناسایی این نقطه شکست، به ازای هر Q_R در بازه $[Q^j, Q^{j+1}]$ هزینه حمل مربوط به سفارش، معادل عدد ثابت $C(Q_R) = \sum_{i=1}^m k_i^* P_i$ خواهد بود. با بازنویسی رابطه (۱۰) داریم:

$$E(TC) = (A_R + C(Q_R))(360\lambda)(Q_R + \bar{b}_R)^{-1} + h_R \left(\frac{Q_R}{2} + r_R - \lambda \left(\sum_{j=1}^n a_j * p_j \right) \right) + 360\lambda\pi_R \left(\sum_{i=r_R+1}^{\infty} \sum_{j=1}^n p_j \frac{e^{-\lambda a_j} (\lambda a_j)^i}{i!} \right) + A_W (k(Q_R + \bar{b}_R) / \lambda)^{-1} + \hat{\pi}_W Q_R \left(1 - \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\lambda L_W)^i e^{-\lambda L_W}}{i!} \right) + h_W (Q_R \{ (k' - \lfloor \lambda L_W / (Q_R + \bar{b}_R) \rfloor) \} + (\frac{k+I}{2}) - \lambda (L_W - \lfloor \lambda L_W / (Q_R + \bar{b}_R) \rfloor) / (Q_R + \bar{b}_R) \}) \quad (11)$$

که در آن \bar{b}_R از رابطه (۴) به دست می‌آید. رابطه (۱۱) را با در نظر گرفتن محدودیت های زیر بهینه سازی می‌کنیم:

$$۱) \sum_{i=r_R}^{\infty} (i - r_R) * \sum_{j=1}^n p_j \frac{e^{-\lambda a_j} (\lambda a_j)^i}{i!} \leq Q_R (1 - \rho_R)$$

$$۲) \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\lambda L_W)^i e^{-\lambda L_W}}{i!} \geq \rho_W$$

$$۳) Q_W = k Q_R$$

$$۴) r_W = k' Q_R$$

$$۵) Q_R, Q_W, r_R, r_W > 0$$

$$۶) k, k' \text{ اعداد صحیح غیرمنفی}$$

با حل این برنامه ریزی غیرخطی، جواب بهینه مسأله در طول پله شناسایی می‌شود. اگر $Q_R^* > Q^{j+1}$ ، آنگاه این جواب غیر موجه خواهد بود. در این حالت سایر متغیرهای تصمیم برنامه ریزی غیرخطی فوق را با فرض $Q_R^* = Q^{j+1}$ بدست می‌آوریم و هزینه کل را محاسبه می‌کنیم. این جواب را به عنوان یک کاندید جواب بهینه ذخیره می‌کنیم. سپس نقطه شکست بعدی را محاسبه نموده و هزینه حمل متناظر با پله جدید را به صورت یک عدد ثابت به جای $C(Q_R)$ در رابطه (۱۱) قرار می‌دهیم. مجدداً مدل را حل می‌کنیم. این محاسبات تا زمانی ادامه می‌یابد که Q_R^* بدست آمده از مدل در بازه $[Q^j, Q^{j+1}]$ قرار گیرد. این جواب نیز به عنوان یکی از کاندیدها

¹ Multiple Objective Decision Making

ذخیره می‌گردد. در این مرحله می‌توان با مقایسه کاندیدهای مختلف، جواب بهینه را مشخص نمود. لازم به ذکر است که برای حل این مدل می‌توان از الگوریتم‌های جستجو مانند الگوریتم ژنتیک بهره گرفت.

۹- نتیجه‌گیری:

در برنامه ریزی توزیع و موجودی باید تا حد امکان سعی شود سطوح مختلف بطور هم زمان در نظر گرفته شوند. برنامه ریزی، صرفاً برای یک سطح از زنجیره تامین، بدلیل عدم بررسی تعاملات میان سطوح، جواب قانع کننده ای بدست نمی‌دهد. همچنین در حل مدل‌های مختلف توزیع، معمولاً پارامترهای مدل، ثابت و قطعی فرض می‌شوند که این فرض بیش از پیش میان مدل‌های ریاضی و دنیای واقعی فاصله ایجاد می‌کند. در این مقاله سعی می‌شود با در نظر گرفتن تقاضای احتمالی و محاسبه هزینه‌های دو سطح مختلف زنجیره و همچنین هزینه‌های حمل و نقل تا حدی به واقعیت نزدیک شویم. جهت تحقیقات آتی می‌توان مدل را در حالت‌های (۱) در نظر گرفتن چند خرده فروش به جای یک خرده فروش، (۲) در نظر گرفتن چند عمده فروش به جای یک عمده فروش، (۳) در نظر گرفتن چند تامین کننده برای عمده فروش، (۴) فرض مدت تحویل احتمالی برای خرده فروش و عمده فروش، توسعه داد.

منابع و مراجع:

- [1] Sherbrooke C.C., "METRIC: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control", *Operation Research*, 16(1968), 122-41
- [2] Graves S.C., "A Multi-Echelon Inventory Model for a Repairable Items with One-for-One Replenishment", *Management Science*, 31(1985), 1247-56
- [3] Axsater S., "Continuous Review Policies for Multi-Level Inventory Systems with Stochastic Demand", in S.C. Graves, A. Rinooy Kan, P. Zipkin (Eds.), *Handbook in Operations Research & Management Science*, Vol. 4, Logistics of Production & Inventory, (1993), 175-97
- [4] Muckstadt J.A., "A Model for a Multi-Item, Multi Echelon, Multi-Indenture Inventory System", *Management Science*, 20(1973), 472-81
- [5] Lee H.L., "A Multi-Echelon Inventory Model for Repairable Items with Emergency Lateral Shipments", *Management Science*, 33(1987), 1302-16
- [6] Axsater S., "Exact and Approximate Evaluation of Batch Ordering Policies for Two Level Inventory System", *Operations Research*, 46(1998), 135-45
- [7] B. Deurmeyer, L.B. Schwarz, "A Model for the Analysis of System Service Level in warehouse/Retailer Distribution System: the Identical Retailer Case", in: L.B. Schwarz (Ed.), *Studies in Management Sciences*, "Multi-Level Production/Inventory Control Systems, North-Holland, Amsterdam, 16(1981), 163-93