انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از تکنیک حداقل سازی حداکثر پراش بازده

علی سرایی
مرکز تحقیقات سازمان بنادر و کشتیرانی – وزارت راه و ترابری
E-mail: saraieali@yahoo.com
مصطفی دستمردی
عضو باشگاه پژوهشگران جوان دانشگاه آزاد اسلامی‌واحد نراق
E-mail: mdastmardi@yahoo.com

واژه‌های کلیدی
بودجه بندی سرمایه، انتخاب سبد سهام، تجزیه و تحلیل ریسک ، بهینه سازی

چکیده
مسئله بودجه بندی و تخصیص سرمایه از اهمیت ویژه ای در صنعت و خدمات برخوردار است. برحسب ماهیت مسئله مدل‌های قطعی[1] و تصادفی[2] متعددی برای تخصیص سرمایه در شرایط اطمینان و عدم اطمینان ارائه شده است. چنانچه ماهیت مسئله همانند خرید اوراق قرضه قطعی باشد می‌توان از تکنیک‌های معمول برنامه‌ریزی خطی بهره برد. اما در برخی موارد نظیر انتخاب سبد سهام[3]، ماهیت مسئله قطعی نیست. هرچند برای تصمیم‌گیری در این شرایط نیز مدلهای متعددی پیشنهاد شده است اما در بسیاری از مدل‌های مزبور مجموع ریسک در طول دوره زمانی نمونه‌گیری در حالی کمینه می‌گردد که به اثر بازده هر دوره برای تامین جریان نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذاران توجه نشده و یا در صورت توجه به آن مدل بسیار پیچیده شده است.

در این مقاله یک مدل ابتکاری **مبتنی بر حداقل سازی حداکثر پراش بازده** ناشی از سرمایه‌گذاری برای انتخاب سبد سهام ارائه می‌گردد که علاوه بر سادگی و دارا بودن توانایی‌های مدل‌های مرسوم، بازده سود هر دوره نیز در فرآیند بهینه‌سازی مورد توجه قرار می‌گیرد. به همین منظور ابتدا معیارهای تحلیل ریسک[4] با توجه به ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران و مدیران معرفی و مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. سپس به همراه یک مثال عددی عملکرد مدل ارائه شده نسبت به برخی از مدل‌های رایج مورد سنجش و بررسی قرار خواهد گرفت.

---
[1] - Deterministic
[2] -Stochastic
[3] -Portfolio selection
[4] -Risk analysis

۱- مقدمه

سرمایه‌گذاران و مدیران مالی موسسات همواره علاقه‌مند هستند که ضمن حفظ جریان نقدی[5] مطلوب، سود آوری ناشی از سرمایه‌گذاری را حداکثر و ریسک سرمایه را حداقل نمایند. امروزه بدلیل قابلیت‌های موجود در بازار رقابت، امکان انتخاب گزینه‌های مناسب برای سرمایه‌گذار جهت نیل به اهداف مزبور میسر شده است. با افزایش گزینه‌های سرمایه‌گذاری بدلیل تنوع انتخاب، فرآیند تخصیص سرمایه دشوار می‌گردد و تحت این شرایط استفاده از مدل‌های کمی بسیار سودمند است. تاکنون مدل‌ها و تکنیک‌های کمی متنوعی برای سرمایه‌گذاری در شرایط اطمینان و عدم اطمینان از سوی محققین ارائه شده است مدل‌های مزبور را می‌توان در چهار محور ذیل دسته بندی نمود: [1], [۲]

۱. مدل‌های ارائه شده در شرایط اطمینان شامل:
   - مدل‌هایی که با هدف افزایش سود ناشی از سرمایه‌گذاری طراحی شده‌اند.
   - مدل‌هایی که با هدف کاهش هزینه سرمایه‌گذاری برای تامین جریان نقدی طراحی شده‌اند.

۲. مدل‌های ارائه شده در شرایط عدم اطمینان شامل:
   - مدل‌هایی که با هدف افزایش سود ناشی از سرمایه‌گذاری با یک ریسک قابل قبول طراحی شده‌اند.
   - مدل‌هایی که با هدف کاهش ریسک سرمایه‌گذاری با یک سود قابل قبول طراحی شده‌اند.

از جمله مدل‌های رایج سرمایه‌گذاری در شرایط اطمینان می‌توان به مدل برآورده‌سازی جریان نقدی با کمترین سرمایه اولیه اشاره نمود.[3] و [4] مدل مزبور با رویکرد کاهش هزینه‌ها و با هدف افزایش سود سرمایه‌گذاری فرموله شده است. همچنین مدل ارائه شده از سوی ویلیام شارپ[6] در سال ۱۹۶۶ بعنوان مرجع برای انتخاب سبد سهام بسیار کاربرد دارد. [5] مدل شارپ از دو بخش وابسته و مستقل از عملکرد بازار تشکیل شده است. در سال ۱۹۷۹ مارکوویتز[7] مدلی را ارائه نمود که علاوه بر کمینه نمودن تغییرات بازده سهام هر پروژه این امکان را فراهم می‌آورد تا وابستگی بین پروژه‌ها حداقل گردد. [6] بر اساس آن مدلی موسوم به حداقل پراش[8] از سوی جابسون[9] طراحی شد که تابع هدف آن کمینه‌سازی پراش بازده سرمایه‌گذاری است. [7] همچنین مدلی از سوی راگر[10] تحت عنوان حداقل سازی نیم- پراش[11] بازده ارائه گردید که از نظر ساختار شباهت بسیار زیادی با حداقل پراش بازده دارد. [8] مدل رایج دیگر در زمینه تخصیص سرمایه، Down Side Risk است که با مشخص بودن بازده مطلوب[12] برای مدیریت سرمایه و حد پایین بازده[13] میزان ریسک سرمایه‌گذاری را کمینه می‌نماید . [9, 10]

محدودیت مدل‌های مزبور آن است که مجموع ریسک در طول دوره زمانی نمونه‌گیری کمینه می‌گردد و به اثر بازده هر دوره برای تامین جریان نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذاران توجه نشده است. به منظور افزایش این قابلیت، در این مقاله تحقیقی یک مدل و الگوریتم ابتکاری برای مسئله تخصیص سرمایه طراحی و ارائه می‌شود که علاوه بر دارا بودن توانایی های مدل‌های مرسوم، بازده سود هر دوره نیز در فرآیند تعیین پاسخ مناسب مورد توجه قرار می‌گیرد.

در ادامه، ابتدا به معرفی مسئله پرداخته و سپس فرآیند طراحی مدل و الگوریتم حل آن تشریح می‌شود، آنگاه بر اساس معیارهای سنجش عملکرد نظیر معیار ارزیابی ریسک، عملکرد مدل طراحی شده با مدل‌های رایج تخصیص سرمایه مورد سنجش و نقد قرار گرفته و مزایای مدل ابتکاری ارائه می‌شود.

---

5 -Cash flow
6 - William Sharp
7 - Markowitz
8 -Minimum-Variance
9 - Jobson, J. D.
10 - Bey, Roger P.
11 -Semi-Variance
12 - Desird Return (DR)
13 - Threshod Return (TR)

۲- تشریح مسئله

در مقدمه به برخی مدل‌های رایج تخصیص سرمایه اشاره شد. از جمله مدل‌های فرموله شده براساس کمینه سازی ریسک سرمایه‌گذاری، مدل حداقل پراش بازده است که به صورت مدل (۲-۱) ارائه می‌شود. [7]

$$MINZ = \frac{\sum (O_J + U_J)^2}{n}$$

$$\text{S.T:} \quad Oj - Uj = SRj - TR$$
$$\sum Xi = 1 \qquad Xi \geq 0$$
$$ER \geq TR \qquad (1\text{-}2)$$

که در آن:

$$ER = \frac{\sum SR_j}{n} \qquad SRj = \sum XiRij$$

TR حد تحتانی بازده، O_j تفاوت بازده از حد تحتانی هنگامی که بازده بیش از مقدار آستانه و U_j تفاوت بازده از حد تحتانی هنگامی که بازده کمتر از مقدار آستانه است.

همچنین در رابطه (۲-۱) داریم:

- چنانچه $SRj \geq TR$ آنگاه $Oj = SRj - TR$ در غیر این صورت $Oj=0$
- چنانچه $SRj \leq TR$ آنگاه $Uj = TR - SRj$ در غیر این صورت $Uj=0$

SR_J بازده سناریو در دوره j ، ER بازده مورد انتظار[14]، R_{ij} بازده تجربی پروژه i در دوره J و X_i درصد سرمایه‌گذاری در پروژه i می‌باشند.

به منظور تشریح مسئله، داده‌های بازده حاصل از یک سرمایه‌گذاری در دو سبد سهام منتخب مربوط به ده دوره زمانی در قسمت راست جدول شماره ۱ ارائه شده است.

دوره زمانی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	میانگین	واریانس
سبد سهام منتخب ۱	۰،۰۶	۰،۰۷	۰،۰۸۵	۰،۰۹۹	۰،۰۹۲	۰،۰۹۶	۰،۱۲	۰،۰۹۱	۰،۰۸۷	۰،۱	۰،۰۹	۰،۰۰۰۲۷۳
سبد سهام منتخب ۲	۰،۰۸۱	۰،۰۹۷	۰،۰۸۱	۰،۱۱	۰،۰۷	۰،۱۱	۰،۰۷۵	۰،۱۱۹	۰،۰۷۵	۰،۰۸۲	۰،۰۹	۰،۰۰۰۳۰۷
انحراف از میانگین سبد سهام ۱	-۰،۰۳	-۰،۰۵	-۰،۰۵۵	-۰،۰۴۶	-۰،۰۴۴	-۰،۰۳۸	-۰،۰۰۸	-۰،۰۰۷	-۰،۰۱	۰،۰۰		
انحراف از میانگین سبد سهام ۲	-۰،۰۰۹	-۰،۰۰۲	-۰،۰۱۱	۰،۰۰۹	-۰،۰۱۱	۰،۰۰۹	-۰،۰۰۶	۰،۰۲۳	۰،۰۰۸	۰،۰۰		

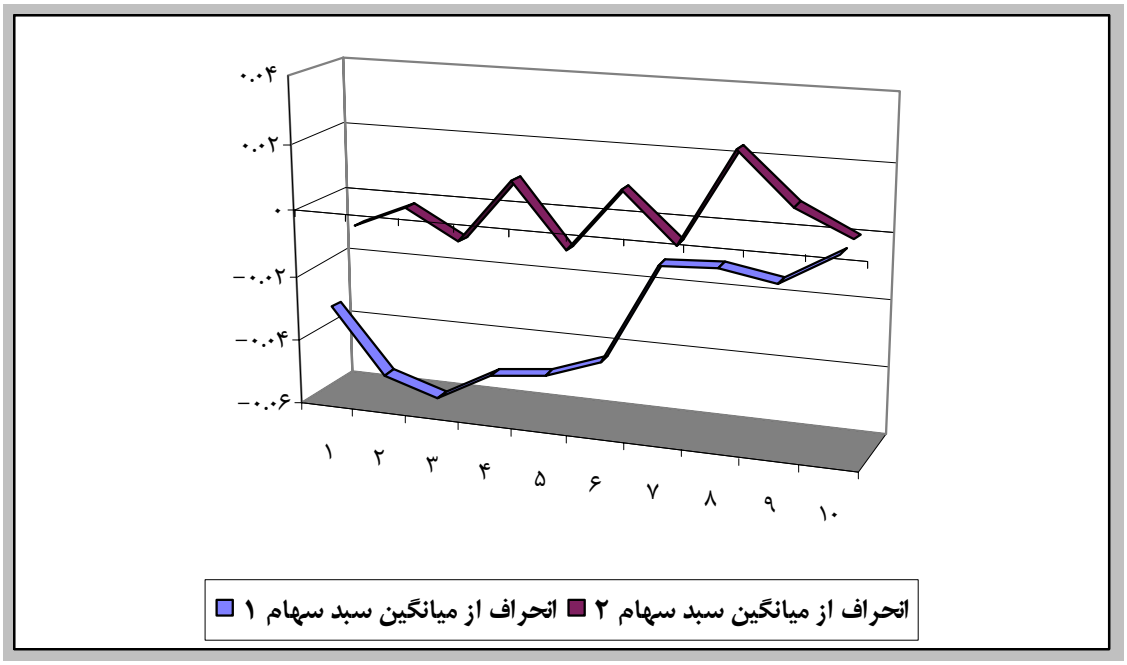
جدول ۱: داده‌های بازده حاصل از یک سرمایه‌گذاری در دو سبد سهام منتخب

با توجه به تابع هدف مدل حداقل پراش برای دو سبد سهام منتخب هماگونه که ملاحظه می‌شود، سبد سهام یک از ریسک کمتری نسبت به سبد سهام دو برخوردار است.

چنانچه درصدد استفاده سود حاصل از سرمایه‌گذاری در سبد سهام شماره یک برای تامین جریان نقدی مورد نیاز و هزینه‌های جاری باشیم، باید مبلغ قابل توجهی (با توجه به بازده کمتر از حد مورد انتظار ۹٪ در سه دوره اول حدود ۵،۵ ٪ مبلغ سرمایه‌گذاری) به عنوان موجودی اطمینان برای دوره‌های که بازده سبد سهام کمتر از حد مورد انتظار است در نظر گرفته شود. تخصیص مبلغ مزبور منجربه اتلاف سرمایه می‌گردد.

[14] - Expected Return

در حالی که اگر درصدد استفاده سود حاصل از سرمایه‌گذاری در سبد سهام شماره دو برآئیم، مقدار موجودی اطمینان کمتر می‌گردد (با توجه به جدول شماره ۱ حدود ۱,۱٪ مبلغ سرمایه‌گذاری). مطابق با آنچه در نمودار ۱ مشاهد می‌گردد موجودی اطمینان در سبد سهام دو به مراتب کمتر از سبد سهام شماره یک است. سئوال اصلی آن است چگونه میزان ریسک و موجودی اطمینان مورد نیاز را برای برآورده سازی سود مطلوب و جریان نقدی لازم می‌توان کمینه نمود؟
مدل حداقل پراش بازده (و بسیاری مدل‌های موجود) پاسخی برای سئوال فوق الذکر ارائه نمی‌دهند و یا در صورت ارائه بسیار پیچیده هستند.



نمودار ۱: جمع تجمعی پراش بازده برای دو سبد سهام منتخب

۳- ارائه مدل و الگوریتم ابتکاری

در این قسمت ابتدا مفروضات مدل ارائه و سپس چارچوب طراحی که بر اساس حداقل سازی حداکثر پراش بازده می‌باشد آورده خواهد شد و سرانجام الگوریتم حل مدل با هدف انتخاب بهینه سبد سهام ارائه می‌شود:

۳-۱- مفروضات :

۱. انگیزه اصلی به حداکثر رسانیدن سود ناشی از سرمایه‌گذاری است.
۲. میزان درآمد و هزینه‌ها در شرایط اطمینان مشخص و معلوم می‌باشد.
۳. جریانهای نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذاران و صاحبان سرمایه مشخص و معلوم است.
۴. بازده و ریسک مورد انتظار سرمایه‌گذاران مشخص و معلوم است.
۵. سود ناشی از خرید هر سهام از تابع توزیع نرمال با میانگین مطلوب μ و واریانس σ پیروی می‌کند.

۳-۲- طراحی مدل :

دنباله اعداد حاصل از بازده دوره‌ها در نمودار پراش بازده را در نظر بگیرید، با میل بازده مورد انتظار به حد سود مطلوب سرمایه‌گذاران، ریسک کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر هر چه بازده مورد انتظار پراش کمتری نسبت به بازده مطلوب سرمایه‌گذاران داشته باشد به سمت ریسک کمتر و بازده قطعی تری پیش رفته و هنگامی که ماکزیمم مجموع پراش‌ها در دوره‌های زمانی مختلف به سمت صفر میل می‌کند ریسک سرمایه‌گذاری نیز به همان نسبت کاهش می‌یابد تنها در شرایط اطمینان است که خطوط بازده مورد انتظار با بازده مطلوب کاملا منطبق و ریسک سرمایه‌گذاری نیز صفر می‌باشد.

از طرفی برای کاهش ریسک مورد انتظار، بهتر آن است تکنیکی بکاربرده شود که دارای حافظه باشد رابطه ای که در سال ۱۹۵۴ از سوی پیج[۱۵] معرفی گردید [11] و توسط جانسون[۱۶] از طریق تئوری نسبتهای احتمال[۱۷] تائید و بهینگی آن به اثبات رسید[12]، دارای این خاصیت است. جمع‌تجمعی[۱۸] جدولی پیج بشکل رابطه (۳-۱) است:

$$C_i = Max[0, (\mu_0 - \mathrm{K}) - \overline{X}_i + C^{+}_{i-1}] \qquad (1\text{-}3)$$

که در آن:

C_i: جمع تجمعی انحرافات، μ_0: میانگین مطلوب بازده، Pj در صد سرمایه‌گذاری در پروژه j و $\overline{X}_i = p_j * x_i$ بازده حاصل در دوره زمانی I را نشان می‌دهد. همچنین i :تعداد مشاهده و K: معرف مقدار مرجع [۱۹]و معمولاً برابر نصف اندازه تغییری است که رخ داد آن از نظر سرمایه‌گذران بلامانع است و از رابطه (۳-۲) بدست می‌آید: [۱۳]

$$\Delta = \mu_0 - \mu_1 \qquad \mathrm{K} = \frac{\Delta}{2} \qquad (2\text{-}3)$$

با توجه به رابطه پیج مدلی که قادر به احتساب بازده دوره‌ها و تامین جریان نقدی مورد نیاز باشد دارای ساختار (۳-۳) است:

$$MIn.Max\, C_i^{-} = Min..Max\left\{Max[0, (\mu_0 - \mathrm{K}) - \overline{X}_i + C^{+}_{i-1}]\right\}$$

$$\text{S.T:} \quad \sum_i \sum_j p_j \bar{x}_{ij} \geq \mu_0 \qquad (3\text{-}3)$$

$$\sum_j p_j = 100\ \% \qquad p_i \geq 0$$

همانگونه که ملاحظه می‌گردد، تابع هدف مدل ماکزیمم جمع تجمعی انحرافات بازده در قسمت پائین را حداقل می‌نماید و محدودیت نامساوی تضمین می‌نماید میزان بازده از حداقلی که مورد نظر سرمایه‌گذار است کمتر نشود.

---

15 -Page

16 - Johnson, N.

17 - Sequential Probapility Ratio Test (SPRT)

18 -Cumulative sum (CUSUM)

19 - Reference Value

۳-۳- الگوریتم حل مدل:

به منظور حل مدل (۳-۳) الگوریتمی در سه گام ارائه شده است، همانگونه که در قسمت مفروضات نیز قید شده است مقادیر مربوط به سود مطلوب سرمایه‌گذار و حداقل سود قابل قبول معلوم و مشخص فرض می‌شود:

- **گام اول:** نسبت سود سرمایه مطلوب (μ_0) و حداقل سود قابل قبول (μ_1) برای تامین جریان نقدی مورد نیاز را تعیین نمائید.

- **گام دوم :** فرض کنید C_i^- به ترتیب جمع تجمعی پراشهای کمتر از بازده مطلوب برای دوره زمانی I را نشان دهد. مقدار C_i^- را از رابطه (۳-۴) تعیین کنید :

$$C_i^- = MAX[0,(\mu_0 - K) - \overline{X}_i + C_{i-1}^+] \qquad i = 1,2,....,T$$
$$C_0^- = 0 \qquad (4-3)$$

- **گام سوم:** محدودیت‌های لازم برای برآورده سازی سود مطلوب را به تابع هدف مدل اضافه نمائید.

$$S.T: \quad \sum_i \sum_j p_j \bar{x}_{ij} \geq \mu_0$$
$$\sum_j p_j = 100\ \% \qquad p_i \geq 0$$

۴- ارائه مثال

در این قسمت، به منظور تشریح مسئله و نحوه حل آن یک مثال عددی ارائه و نتایج آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم. همچنین عملکرد مدل ابتکاری طراحی شده با مدل‌های حداقل پراش، نیم‌پراش بازده و DownSideRisk مورد مقایسه قرار می‌گیرد. داده‌های تجربی مربوط به نسبت سود حاصل از سرمایه‌گذاری در سه پروژه متفاوت و مربوط به دوازده دوره زمانی را مطابق جدول (۲) درنظر بگیرید: [۲]

	Asset 1	Asset 2	Asset 3
Scenario	0.0%	0.0%	0.0%
1	30.0%	22.5%	14.9%
2	10.3%	29.0%	26.0%
3	21.6%	21.6%	41.9%
4	-4.6%	-27.2%	-7.8%
5	-7.1%	14.4%	16.9%
6	5.6%	7.0%	-3.5%
7	3.8%	32.1%	13.3%
8	8.9%	30.5%	73.2%
9	9.0%	19.5%	2.1%
10	8.3%	39.0%	13.1%
11	3.5%	-7.2%	0.6%
12	17.6%	71.5%	90.8%

جدول ۲: داده‌های تجربی سه پروژه سرمایه‌گذاری برای ۱۲ دوره زمانی

ساختار مدل حداقل پراش بازده در قسمت (۲) تشریح شد. مدل نیم‌پراش بازده از نظر ساختار شباهت بسیار زیادی با مدل حداقل پراش بازده دارد. تفاوت این دو مدل تنها در تابع هدف آنهاست. در این مدل تفاوت بازده سناریو از حد پایین بازده، وقتی بازده کمتر از مقدار آستانه است به عنوان شاخص ریسک مورد محاسبه قرار می‌گیرد.[8]

$$MINZ = \frac{\sum U_j^2}{n}$$

$$S.T \quad Oj - Uj = SRj - TR \qquad (1\text{-}4)$$

$$\sum Xi = 1 \qquad Xi \geq 0$$

$$ER \geq TR$$

متغیرهای مدل(۴-۱) دارای تعاریف ارائه شده در مدل (۲-۱) هستند.

در مدلDownSideRisk با مشخص بودن بازده مطلوب[20] برای مدیریت سرمایه و حد پایین بازده[21] میزان ریسک سرمایه‌گذاری کمینه می‌گردد. [9] و [10]

$$MINZ = \frac{\sum U_J}{n} \qquad (2\text{-}4)$$

$$S.T: \quad Uj \geq DR - SRj$$

$$\frac{\sum SR_J}{n} \geq DR$$

$$\sum Xi = 1 \qquad Xi \geq 0$$

$$i = 1,2,3,\ldots,m \qquad j = 1,2,3,\ldots,n$$

که در آن SR_J و U_j به ترتیب بازده سناریو[22] در دوره j می‌باشد. ریسک کاهش قیمت در دوره J نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$SRj = \sum XiRij$$

در این رابطه:

چنانچه $SR_j \leq TR$ آنگاه $Uj = TR - SR_j$ در غیر این صورت $U_j=0$

همچنین R_{ij} بازده تجربی پروژه i در دوره J و X_i درصد سرمایه‌گذاری در پروژه i می‌باشد.

چنانچه داده‌های تجربی را در مدل‌های مزبور قرار داده و با استفاده از نرم افزارهای بهینه یابی آنها را حل نمائیم آنگاه می‌توان عملکرد هر مدل را در مقایسه با سایر مدل‌ها ارزیابی نمود. جدول شماره ۳ نشان دهنده نتایج حاصل از حل مدل با نرم افزار What'sBest است.[۱۴]

[20] - Desird Return (DR)

[21] - Threshod Return (TR)

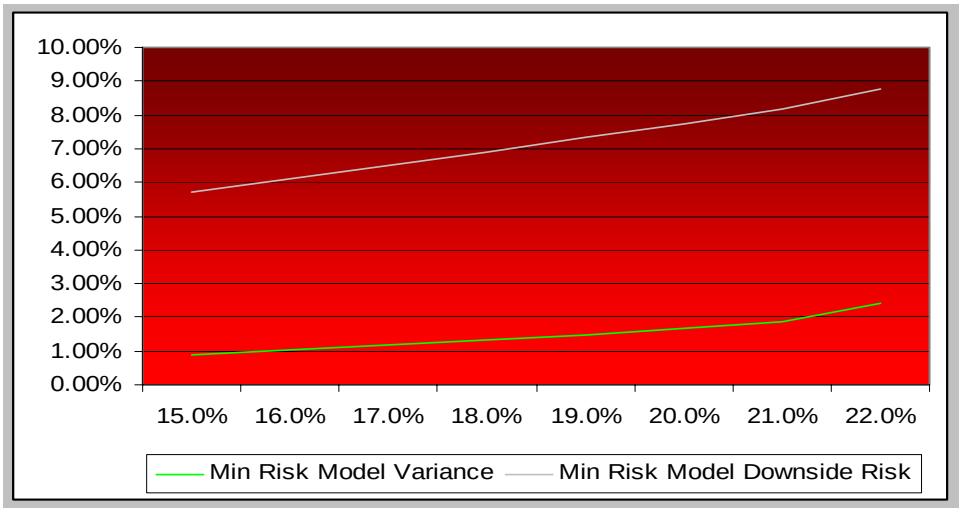
[22] - Scenario Return

۴-۱- تجزیه و تحلیل ریسک در مثال ارائه شده:

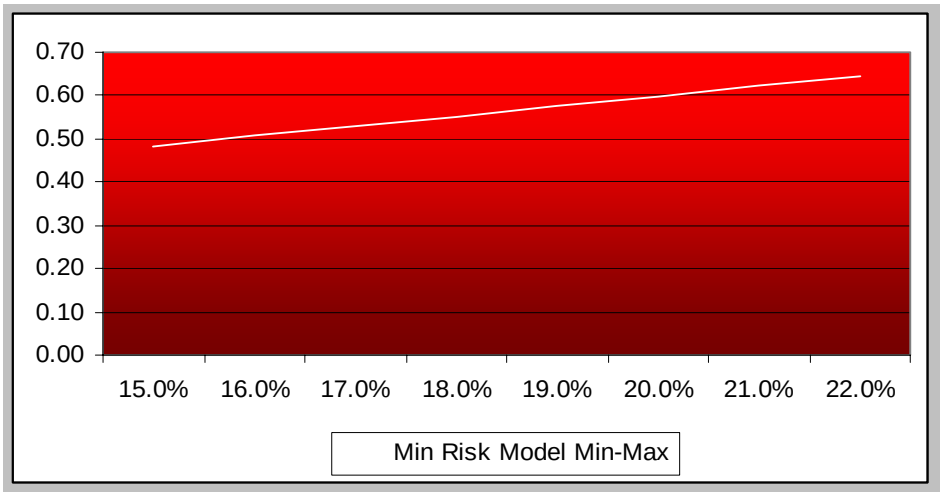
همانگونه که ملاحظه می‌شود مدل حداقل پراش و نیم‌پراش برای بازده‌های متفاوت نتایج یکسانی از خود نشان داده‌اند. همچنین نمودارهای ۲ و ۳ نشان می دهند که با افزایش بازده مطلوب، ریسک سرمایه‌گذاری در تمامی مدل‌ها افزایش می‌یابد و با افزایش میزان بازده و ریسک سرمایه‌گذاری در سه پروژه، درصد سرمایه‌گذاری در دارایی یک کاهش و در سایر پروژه‌ها افزایش می‌یابد. نتیجه مزبور بدان مفهوم است که پروژه یک، از سود کمتر و ضریب اطمینان بیشتر نسبت به سایر پروژه‌ها برخوردار است و سرمایه‌گذاران ریسک پذیر، تمایل به سرمایه‌گذاری بیشتر در پروژهای دوم و سوم را دارند. دلیل این امر آن است که آنان در مقابل سود بیشتر حاضر به پذیرش ریسک بیشتر هستند. همانگونه که در نمودارهای مزبور ملاحظه می‌گردد، هنگامی‌که بازده مطلوب برابر ۲۲٪ است، نتایج حاصل از حل مدلهای حداقل پراش، نیم-پراش و Downside Risk یکسان می‌شود و میزان ریسک مورد انتظار آنان برابر می‌گردد. [15] و [16]

Target Return	Model Variance				Model Semi-Variance			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk
15.0%	57.87%	1.59%	40.54%	0.89%	57.87%	1.59%	40.54%	0.89%
16.0%	50.76%	3.05%	46.20%	1.02%	50.76%	3.05%	46.20%	1.02%
17.0%	43.64%	4.51%	51.85%	1.16%	43.64%	4.51%	51.85%	1.16%
18.0%	36.5%	6.0%	57.5%	1.3%	36.5%	6.0%	57.5%	1.3%
19.0%	29.4%	7.4%	63.2%	1.5%	29.4%	7.4%	63.2%	1.5%
20.0%	22.3%	9.2%	68.6%	1.7%	22.3%	9.2%	68.6%	1.7%
21.0%	15.1%	11.1%	73.8%	1.9%	15.1%	11.1%	73.8%	1.9%
22.0%	0.0%	60.8%	39.2%	2.4%	0.0%	60.8%	39.2%	2.4%
Target Return	Model Downside Risk				Model Min-Max			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min..Max
15.0%	52.3%	35.5%	12.3%	5.7%	51.3%	41.7%	7.0%	0.48
16.0%	45.1%	37.2%	17.7%	6.1%	44.2%	42.9%	12.9%	0.51
17.0%	38.0%	38.9%	23.2%	6.5%	37.1%	44.1%	18.8%	0.53
18.0%	36.5%	6.0%	57.5%	6.9%	30.0%	45.3%	24.7%	0.55
19.0%	23.7%	42.3%	34.1%	7.3%	23.0%	46.4%	30.6%	0.58
20.0%	16.5%	44.0%	39.5%	7.7%	15.9%	47.6%	36.5%	0.60
21.0%	5.4%	69.5%	25.1%	8.2%	8.8%	48.8%	42.4%	0.62
22.0%	0.0%	60.8%	39.2%	8.8%	1.8%	50.0%	48.2%	0.64

جدول ۳ : نتایج حاصل از مدل‌های برای انتخاب سبد سهام بیهنه



نمودار ۲ : تحلیل حساسیت ریسک نسبت به بازده سرمایه‌گذاری برای دو مدل حداقل پراش و Downside Risk



نمودار ۳ : تحلیل حساسیت ریسک نسبت به بازده سرمایه‌گذاری برای مدل حداقل سازی حداکثر پراش بازده‌ها

۴-۲- مقایسه و سنجش عملکرد مدل ابتکاری با سایر مدل‌ها:

برای مقایسه و سنجش عملکرد مدل طراحی شده با مدل‌های رایج نیاز به شاخص سنجش واحدی داریم، از آنجا که شاخص‌های ریسک متفاوتی برای هر مدل معرفی شده است، نمی‌توان نتایج حاصل از تابع هدف آنها را به صورت مستقیم با هم مقایسه نمود به همین منظور انحراف معیار نسبت سود سرمایه که مطابق با رابطه (۴-۳) تعریف می‌گردد به عنوان یک شاخص پایه برای ارزیابی ریسک در مدل‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود. دلایل بکارگیری این شاخص عبارتند از: [۱۷]

- در سپرده‌گذاری با سود قطعی ریسک از بین می‌رود. $I_{tj} = \mu_j$
- با کاهش احتمال وقوع یک سود معین، ریسک آن نیز به تناسب کم می‌شود.
- شاخص انحراف معیار نسبت به شاخص واریانس واقع بینانه تر میزان ریسک را محاسبه می‌کند. به عبارت دیگر دیمانسیون انحراف معیار همان واحد سود حاصل از سرمایه‌گذاری است.

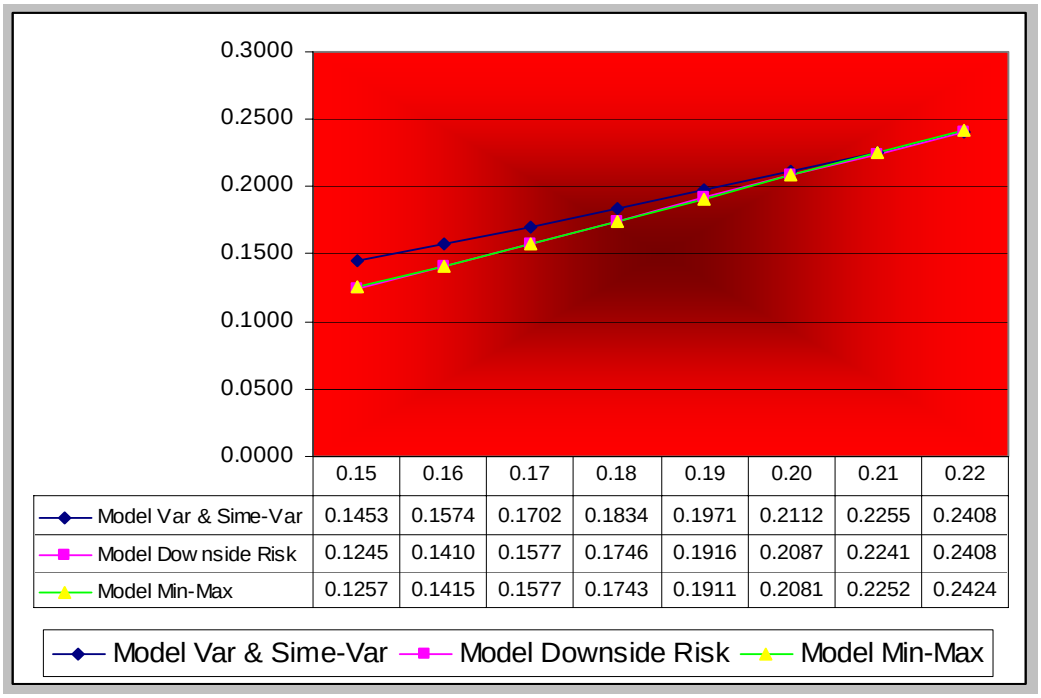
$$\sigma = \sqrt{E(I_{ij} - \mu_j)^2} = \sqrt{\sum_{I_{ij}} (I_{ij} - \mu_j)^2 \cdot f(I_{ij})} \qquad (3\text{-}4)$$

برای مقایسه و سنجش عملکرد مدل‌ها از نتایج حاصل جدول شماره ۳ استفاده و ریسک هر یک از سبدهای سهام را با شاخص انحراف معیار محاسبه می‌نمائیم.

همانگونه که در نمودار شماره ۴ نشان داده شده است:

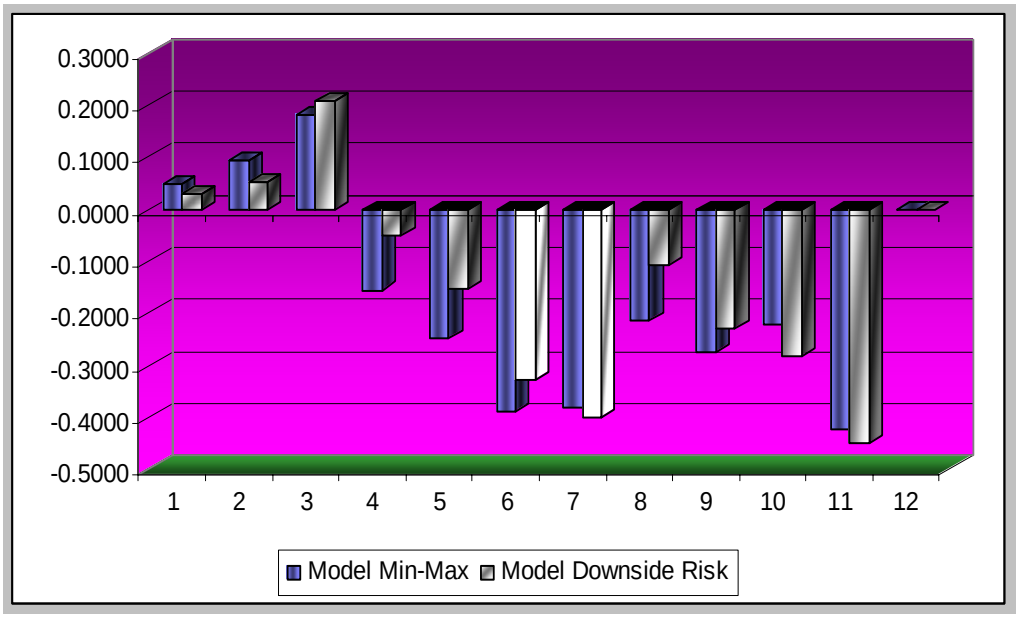
- مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها نسبت به مدل حداقل پراش از عملکرد بهتری برخوردار است.
- مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها نسبت به مدل حداقل نیم‌پراش از عملکرد بهتری برخوردار است.
- در برخی موارد مدل حداقل سازی حداکثر پراش بازده‌ها عملکرد بهتری نسبت به مدل DownSideRisk دارد اما عملکرد مزبور همواره بهتر نیست. با وجود آنکه دو مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها و DownSideRisk عملکرد بسیار نزدیک به هم دارند. اما در صد سرمایه‌گذاری آنها در پروژه‌های مختلف متفاوت می باشد.

با رسم نمودار جمع تجمعی پراش بازده‌ها، با نسبت بازده مطلوب ۱۸٪ برای هر دو مدل مشخص می‌شود حداکثر موجودی اطمینان مورد نیاز برای تأمین جریان نقدی در مدل حداقل سازی حداکثر پراش بازده‌ها برابر ۴۲٪ سود مطلوب و برای مدل DownSideRisk برابر ۴۵ ٪ سود مطلوب می‌باشد بنابراین از آنجایی که مدل حداقل سازی حداکثر پراش بازده‌ها نیاز به موجودی اطمینان کمتری برای تأمین جریان نقدی و برآورده سازی هزینه‌های جاری دارد می‌توان گفت این مدل نسبت به سایر مدل‌های ارائه شده از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.



	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.20	0.21	0.22
Model Var & Sime-Var	0.1453	0.1574	0.1702	0.1834	0.1971	0.2112	0.2255	0.2408
Model Dow nside Risk	0.1245	0.1410	0.1577	0.1746	0.1916	0.2087	0.2241	0.2408
Model Min-Max	0.1257	0.1415	0.1577	0.1743	0.1911	0.2081	0.2252	0.2424

نمودار ۴ : نتایج ارزیابی عملکرد سه مدل با شاخص انحراف از معیار



نمودار ۵: جمع تجمعی پراش بازده‌های برای دو مدل Downside Risk و حداقل – حداکثر پراش بازده‌ها

۵- نتیجه‌گیری:

در این مقاله مدل و الگوریتم ابتکاری ارائه گردید که علاوه بر سادگی قادر است میزان ریسک و موجودی اطمینان مورد نیاز را تواماً در جهت برآورده‌سازی سود مطلوب و جریان نقدی مورد نیاز سرمایه گذار کمینه نماید. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل ریسک نشان دهنده آنست که با افزایش بازده مورد انتظار ریسک سرمایه‌گذاری بصورت نمایی و یا خطی افزایش می‌یابد.

همچنین با توجه به شاخص انحراف معیار مدل طراحی شده با سه مدل رایج دیگر موسوم به ۱- حداقل پراش بازده ۲- مدل نیم‌پراش بازده و۳- DownSideRisk مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج نشان دهنده آنست که مدل ارائه شده:

- نسبت به دو مدل حداقل سازی پراش بازده و نیم پراش بازده از ریسک کمتری برخوردار است.
- نسبت به مدل DownSideRisk عملکرد نزدیک به هم دارند.

در مجموع با توجه به آنکه مدل ارائه شده به تاثیر بازده در دوره های مختلف توجه نموده و به موجودی اطمینان کمتری برای تامین جریان نقدی نیاز دارد از قابلیت بهتری نسبت به مدلهای مورد بررسی برخوردار است. همچنین مدل طراحی شده نسبت به بسیاری از مدل‌های ارائه شده دارای ساختاری ساده‌تر است.

استفاده از نظر خبرگان در فرآیند مدل‌سازی سرمایه‌گذاری و تخصیص بودجه مبتنی بر **حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده** موضوع بسیار جالبی برای تحقیق آینده می‌باشد. به این منظور به نظر می‌رسد استفاده از رویکرد فازی و سیستم خبره بسیار مفید باشد.

منابع و مراجع

1. Markowitz, Harry . "**Portfolio Selection**": Efficient Diversification of Investments, John Wiley, New York Second Edition, (1991), Basil Blackwell, Cambridge, MA.

۲. ع. سرایی ، م. دستمردی **" ارائه مدل جمع‌تجمعی چند متغیره برای پایش تغییرات سودآوری در شرایط عدم اطمینان "** دومین کنفرانس بین المللی مدیریت ، تهران ، دی ماه ۱۳۸۳

3. Sharpe, William F. (1967). "**A Linear Programming Algorithm for Mutual Fund Portfolio Selection**." Management Science, (March): 499-510.
4. Shao,S. and S.Shao "**Mathematics for Management And Finance**; 5th ed. Cincinnati , Ohio: South – estern Publishing Cimpany, 1986
5. Sharpe, William F., 1966, "**Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk**," Journal of Finance 19, 425–442
6. Markowitz, Harry . "**Portfolio Selection**": Efficient Diversification of Investments, John Wiley, New York Second Edition, (1991), Basil Blackwell, Cambridge, MA.
7. Jobson, J. D. and Bob Korkie (1981). "**Putting Markowitz Theory to Work**." The Journal of Portfolio Management. (Summer): 70-74.
8. Bey, Roger P. "**Estimating The Optimal Stochastic Dominance Efficient Set With A Mean-Semivariance Algorithm**," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1979, v14(5), 1059-1070.
9. Nawrocki N. (1999). "**A Brief History of Downside Risk Measures**." Journal of Investing, 8(3), 9-25
10. Sortino, Frank A. and Robert Van Der Meer. "**Downside Risk**," Journal of Portfolio Management, 1991, v17(4), 27-32.
11. Page, E.S.;(1961)"**Cumulative Sum Charts**", Technometrics, Vol. 3, No. 1, pp. 1-9
12. Johnson, N. L;Leone, F. C;(1962),"Cumulative Sum Control Charts--Mathematical Principles Applied to Their Construction and Use, Part III",Industrial Quality Control Vol. 19, No. 2, pp. 22-28

۱۳. ع. سرایی ، م. دستمردی **"پایش عملکرد مدیران با استفاده از تکنیک جمع تجمعی "** اولین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع، تهران ، تیره ماه ۱۳۸۳

۱۴. م. دستمردی ، ح. بیگی **"تحقیق در عملیات کاربردی به کمک اکسل"**، چاپ اول، انتشارات توسعه قلم، قم، ۱۳۸۲.

15. Silver, Lloyd. "**Risk Assessment for Security Analysis**." Technical Analysis of Stocks and Commodities. January 1993, 74-79
16. Rom, Brian M. and Kathleen W. Ferguson. "**Using Post-Modern Portfolio Theory to Improve Investment Performance Measurement.**" Journal of Performance Measurement, 1997/1998, v2(2), 5-13.

۱۷. ر. شباهنگ، مدیریت مالی، جلد اول، چاپ اول، تهران، انتشارات سازمان حسابرسی، تهران، ۱۳۷۲