



ارائه رویکردی جدید جهت پایش پروفایل‌های غیر خطی در فاز دو

رسول نورالسنا

دانشیار دانشکده مهندسی صنایع

rassoul@iust.ac.ir

دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران

عادل علاء الدینی*

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع

adel@ind.iust.ac.ir

دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران

User name: adel

واژه های کلیدی

پروفایل - EWMA-Cusum

چکیده

در کاربردهای متداول کنترل کیفیت آماری از یک یا چند مشخصه کیفی با توزیع های متناظر یک یا چند متغیره، برای نمایش کیفیت فرایند یا محصول استفاده میشود. موارد متعدد دیگری نیز وجود دارند که در آنها کیفیت فرایند یا محصول توسط رابطه بین دو یا چند متغیر بیان میشود. این دسته از مسائل در قالب مفهومی به نام "پروفایل" مورد بررسی قرار می گیرند. برخی از مولفان از اصطلاحاتی مانند "سیگنالهای موجی شکل" یا "اثر" به جای پروفایل استفاده کرده اند. هنگامیکه خروجی یک فرایند بصورت پروفایل تعریف میشود، مواردی نظیر تعریف آماره مناسب جهت پایش پروفایل، تخمین پارامترهای فرایند درحالت تحت کنترل و محاسبه حدود کنترل، از اهمیت بسزایی برخوردار میگردد. در این مقاله از سطح محصور بین پروفایل مرجع و پروفایل مشاهده شده در هر نمونه، به عنوان آماره کنترلی جهت پایش پروفایل‌های غیرخطی در فاز دو استفاده شده است. در روش پیشنهادی، به ازای هر نمونه مشاهده شده از فرایند، یک منحنی از درجه مناسب برازش و سطح محصور بین این منحنی و پروفایل مرجع که رابطه و پارامترهای آن بر اساس اطلاعات فاز یک مشخص شده است، به عنوان آماره منظور می شود. بر این اساس پارامترهای توزیع آماره پیشنهادی تعیین و حدود کنترل متناسب برآورد میگردد. در نهایت عملکرد روش پیشنهادی از طریق مطالعات شبیه سازی بررسی و با سایر روش های ارائه شده در این زمینه مورد مقایسه قرار می گیرد.

مقدمه

موارد بسیاری وجود دارند که در آنها کیفیت فرایند یا محصول توسط رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل بیان میشود. این موارد با وضعیت های متداول کنترل فرایند آماری که در آنها از یک یا چند مشخصه کیفی با توزیعهای متناظر یک یا چند متغیره برای پایش فرایند استفاده می گردد در تعارض می باشند. به عنوان نمونه، کانگ و آلبین [۱] مثالی را تشریح کرده اند که در آن میزان حلالیت قرص های آب شیرین کن در هر لیتر آب، به عنوان مشخصه کیفی مورد بررسی، تابعی از دمای آب می باشد. در مثال دیگر که در شکل ۱ نمایش داده شده است، واکر و رایت [۲]، مشخصه کیفی مربوط به چگالی عمودی تخته های نئوپان را بصورت تابعی از عمق اندازه گیری شده، بررسی نموده اند. در این مثالها، متغیر کنترلی به عنوان مشخصه کیفی فرایند یا محصول، خود در ارتباط با یک یا چند متغیر مستقل دیگر می باشد. مثالهایی از این قبیل در قالب داده های پروفایل مورد بررسی قرار می گیرند. میتوان رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای دیگر را با استفاده از روشهای رگرسیونی به یک منحنی بدل کرد، بصورتی که این منحنی بیانگر رابطه میان متغیر پاسخ و متغیر های مستقل باشد. در این شرایط هدف اصلی، کنترل ضرائب رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل می باشد. هنگامیکه خروجی فرایند به صورت پروفایل می باشد، مساله مورد بررسی، همان مساله متداول کنترل فرایند آماری، یعنی بررسی نمونه های اولیه جهت ارزیابی و کشف انحراف با دلیل و برآورد پارامترهای پروفایا در حالت تحت کنترل (در فاز یک) و استفاده از حدود کنترل برآورد شده از فاز یک برای پایش پروفایل در طول زمان (در فاز دو) می باشد.

کانگ و آلبین [۱]، دو مثال از مواردی را که در آنها استفاده از پروفایلها مناسب است ارائه نموده اند. یک مثال مربوط به کالیبراسیون در فرایند تولید نیمه هادی می باشد که در آن رابطه اساسی مورد بررسی یعنی عملکرد دستگاه کنترل کننده جریان سیال تابعی خطی از سطوح مختلف عوامل دیگر است. در حقیقت فرآیندهای کالیبراسیون غالباً توسط توابع خطی بیان میشوند. مثالی دیگری در این زمینه توسط مستک و همکاران [۳]، مورد بحث قرار گرفته است. جین و شی [۴]، از اصطلاح سیگنال موجی شکل برای بیان آنچه در اینجا به عنوان پروفایل مورد بررسی قرار گرفته است استفاده کرده اند که این سیگنال ها غالباً توسط حسگرهایی در طول فرایند تولید جمع آوری می شوند. مثال ارائه شده توسط آنها پوشش دهنده فرآیند هایی مانند پرس کاری، تراشکاری و جوشکاری می باشد. گاردنر و همکاران [۵] نیز در جایی دیگر از اصطلاح اثر یا امضاء به جای پروفایل استفاده کرده اند. پروفایلها همچنین مواردی از کاربرد را که در آنها اندازه گیری های متعددی از یک متغیر در نقاط مختلف انجام می شود، در بر می گیرند. شرکت هواپیمایی بوئینگ [۶] مثالی را در این زمینه ارائه کرده است. کاربرد پروفایل از جهاتی شبیه به پایش فرایند های چند جریانی می باشد. مثالی از این فرآیندها توسط رانگر، آلت و مونتگومری [۷] بیان شده است. کاربرد توابع خطی و غیر خطی به عنوان سطوح پاسخ در طراحی آزمایشات نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. نایر و همکاران [۸] و میلر [۹] تحقیقاتی را در این زمینه انجام داده اند. همچنین پروفایل ها بطور وسیعی در طبقه بندی، و تشخیص الگوهای داده، قابلیت کاربرد دارند. در حال، پوسکیست و پسل [۱۰] به مثالهایی در این زمینه اشاره شده است.

در پاره ای اوقات رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل و به تبع آن ضرائب منحنی برازش شده بر داده های نمونه ای، دارای مرتبه بالاتر از یک می باشند. بیشتر مدلهایی که در این وضعیت تعریف می شوند غیر خطی میباشند که با استفاده از روشهای رگرسیونی غیر خطی می توان آنها را مدل کرد. در ادبیات کنترل فرایند آماری این دسته از مسائل تحت عنوان پروفایلهای غیر خطی مورد بررسی قرار می گیرند. ویلیامز، وودال و بیرچ [۱۱] استفاده از نمودار T^2 چند متغیره را برای پایش چنین فرایند هایی در فاز یک توسعه داده اند. روش آنها توسط واقفی [۱۲] به فاز دو تعمیم داده شده است. علاوه بر این، واقفی [۱۲] تعدادی از روش های ارائه جهت پایش پروفایلهای خطی در فاز دو را به پروفایلهای غیر خطی تعمیم داده است. در این مقاله روشی بر اساس استفاده از سطح محصور بین پروفایل مرجع و پروفایل برازش شده بر داده های مشاهده شده از فرایند به عنوان آماره کنترلی، و استفاده همزمان از دو نمودار کنترل، یکی جهت کنترل ضرائب رابطه رگرسیونی (بر اساس آماره پیشنهادی) و یکی جهت کنترل انحراف معیار توسعه داده شده است. همچنین عملکرد روش پیشنهادی و سایر روش های ارائه شده در این زمینه، از طریق مطالعات شبیه سازی مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است.



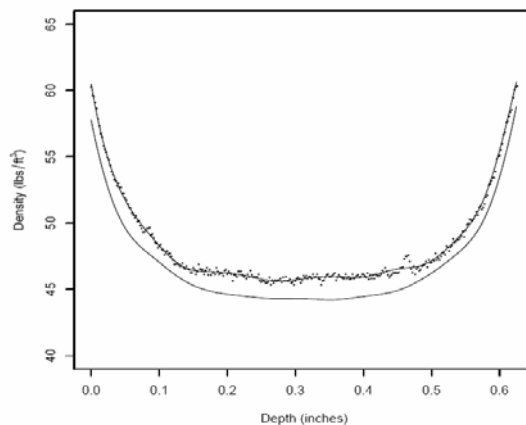
مثالی از دنیای واقعی : چگالی عمودی تخته های نئوپان (VDP)

داده های پروفایل شامل مجموعه ای از اندازه گیریهای مربوط به متغیر پاسخ y و یک یا چند متغیر مستقل (پیشگو) $x_j; j = 1, 2, 3, \dots, k$ است که برای ارزیابی کیفیت یک محصول یا فرایند استفاده می شود. مثالی در این زمینه توسط واکر و رایت [۲] ارائه شده است. در این مثال متغیر پاسخ y چگالی تخته های نئوپانی یا VDP¹ می باشد. در فرایند های مهندسی نشان داده شده است که چگالی (در واحد پوند بر ft³) در نزدیک هسته مرکزی، مقداری کمتر از بخشهای بالایی و پایینی آن را دارد. روش نمونه برداری استاندارد از چگالی عمودی با استفاده از یک پروفایل متر² می باشد که از تکنولوژی لیزر بهره می برد. به این ترتیب که عمق های مختلف مورد بررسی قرار گرفته و چگالی هر یک محاسبه می شود. در این مثال واکر و رایت [۲] را عمق نمونه i ام برای مکان j ام نامیده و آن را با بردار \tilde{X}_i نمایش داده اند.

مقادیر x_{ij} برای تعداد $n = 314$ عمق بدست می آید. در واقع مقادیر متغیر مستقل x_{ij} معلوم و برابر با $0.002j$ میلیمتر به ازای $j = 0, 1, \dots, 313$ می باشد. به عبارت دیگر به ازای هر $0.002j$ که از عمق به طرف داخل می رویم چگالی عمودی یادداشت می شود. از مقادیر x_{ij} و y_{ij} نظیر آن یک منحنی غیر خطی برازش داده می شود. رابطه میان متغیر پاسخ y_{ij} و مقادیر متغیر مستقل x_{ij} در فیزیک اثبات شده است. این رابطه مبین یک تابع وانی شکل دو ضابطه ای می باشد:

$$f(x_{ij}, \beta) = \begin{cases} a_1(x_{ij} - c)^{b_1} + d & x_j > c \\ a_2(-x_{ij} + c)^{b_2} + d & x_j \leq c \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad \text{رابطه (۱)}$$

پارامترهای این مدل نیز به سادگی قابلیت تفسیر دارد. برای مثال، a_1, a_2, b_1, b_2 پارامترهایی می باشند که پهنا یا سطح منحنی را تشریح می کنند. c مشخص کننده پارامتر مرکزی و d نیز تشریح کننده کف یا بخش تحتانی منحنی است. شکل ۱ نشان دهنده خط برازش شده به مجموعه ای از نقاط پاسخ برای یک نمونه از این پروفایل می باشد.



شکل ۱: داده های مربوط به پروفایل مثال VDP

¹ Vertical Density of Particle board

² Profile meter

رابطه پروفایل غیرخطی

فرض کنید که رابطه غیر خطی زیر بیان کننده رابطه بین متغیر پاسخ و متغیر مستقل می باشد:

$$y_{ij} = f(x_{ij}, \vec{\beta}_i) + \varepsilon_{ij} \quad x_l < x_{ij} < x_h \quad \text{رابطه (۲)}$$

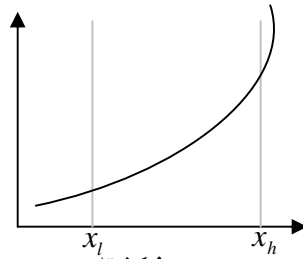
در رابطه فوق $\vec{\beta}_i$ بردار $p \times 1$ از پارامترهای مدل در نمونه i ام بوده و به صورت $\vec{\beta}_i = [\beta_{1i}, \beta_{2i}, \dots, \beta_{pi}]$ نمایش داده می شود. x_l و x_h مشخص کننده دامنه ای از مقادیر x_{ij} است که فرایند در آن مشخصات پروفایل غیر خطی را دارا می باشد (شکل ۲). x_{ij} ها مقادیر متغیر مستقل، در i امین نمونه بوده و بردار آن به صورت $\vec{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$ نوشته می شود. ε_i مقدار متغیر تصادفی مستقل باقیمانده نمونه i ام، با توزیع نرمال با میانگین صفر و پراکندگی σ^2 می باشد. y_{ij} مقدار متناظر مشاهده شده از فرایند به ازای x_{ij} می باشد.

متدولوژی کنترل

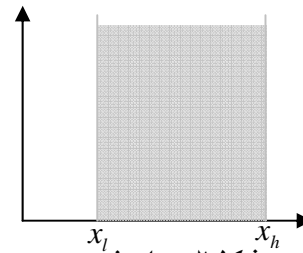
در این تحقیق رویکرد جدیدی جهت پایش پروفایل های غیر خطی در فاز دو توسعه داده شده است. در فاز دو فرض می شود که مقادیر بردار پارامترها ($\vec{\beta}_i$) و واریانس عناصر خطا (σ^2) مشخص می باشند. در این فاز تشخیص سریع شیفت های صورت گرفته در مقادیر تحت کنترل پارامترهای فرایند از بالاترین اهمیت برخوردار است. رویکرد پیشنهادی بر اساس استفاده همزمان از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی بر اساس آماره: "سطح محصور بین پروفایل مرجع و منحنی برازش شده بر داده های نمونه ای" و نمودار انحراف معیار، توسعه یافته است. از نمودار اول جهت پایش ضرائب و از نمودار دوم جهت پایش پراکندگی استفاده می شود.

آماره پیشنهادی جهت پایش ضرائب

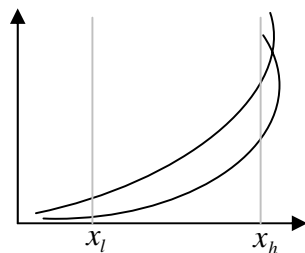
بدون از دست دادن کلیات مساله می توان فرض نمود که رابطه پروفایل مرجع به صورت نمایش داده شده در شکل ۳ باشد (در فاز دو فرض می شود که رابطه پروفایل مرجع مشخص می باشند). در این حالت، در صورتیکه n زوج مشاهده $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ مربوط به نمونه i ام در نظر گرفته شود می توان یک منحنی از نوع پروفایل مرجع و هم درجه با آن بر زوج مشاهدات فوق برازش نمود ($f(x_i, \hat{\theta})$). رابطه منحنی برازش شده بر داده های نمونه ای در شکل ۴ نمایش داده شده است. با مقایسه منحنی برازش شده و منحنی مرجع (شکل های ۳ و ۴) ملاحظه می شود که این دو منحنی بر یکدیگر منطبق نمی شوند و در صورت نمایش آنها در یک دستگاه مختصات فاصله ای بین آنها وجود خواهد داشت (شکل ۵).



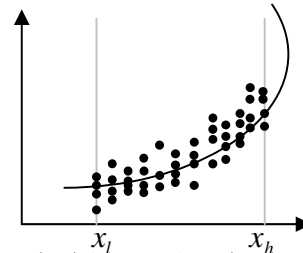
شکل ۳-
نمونه ۱.



شکل ۴- دامنه
نمونه ۱.



شکل ۵: سطح محصور بین دو بین دو



شکل ۶- پروفایل برآزش شده بر اساس مشاهدات

اختلاف بین پروفایل مرجع و منحنی برآزش شده بر داده های مشاهده شده، برای نمونه‌های دیگر نیز وجود خواهد داشت، با این توضیح که اختلاف بوجود آمده بین پروفایل مرجع و منحنی برآزش شده که در فاصله x_l, x_h تشکیل یک سطح بسته می دهد (شکل ۵)، از نمونه‌ای به نمونه ای دیگر، متفاوت خواهد بود. مشخصا هر چه سطح محصور شده بین منحنی‌های مرجع و برآزش شده در فاصله x_l, x_h ، کوچک تر باشد، دو منحنی به یکدیگر نزدیکتر شده و اختلاف بین پارامترهای برآورد شده بر اساس داده های نمونه ای و پارامترهای معلوم منحنی مرجع کاهش می یابد. به عبارت دیگر احتمال اینکه نقاط مشاهده شده برای نمونه i ام محصول فرآیندی باشد که توسط پروفایل مرجع توصیف می شود، افزایش می‌یابد و در مقابل اگر سطح محصور بین منحنی مرجع و برآزش شده بر داده های نمونه ای از مقدار معینی (حدود کنترل) بیشتر شود، به احتمال فراوان (سطح اطمینان فرایند) این مشاهدات محصول فرآیندی می باشند که پارامترهای آن نسبت به پارامترهای پروفایل مرجع تغییر کرده یا به عبارت دیگر پارامترهای آن از مقدار تحت کنترل شیفت پیدا کرده است. در روش پیشنهادی از سطح محصور بین پروفایل مرجع و پروفایل برآزش شده بر داده های مشاهده شده به ازای هر نمونه، به عنوان آماره کنترلی استفاده شده است.

در این مقاله آماره پیشنهادی سطح محصور بین منحنی مرجع و منحنی برآزش شده بر داده نمونه ای، به اختصار، "آماره S_e " نامیده شده است. همچنین نمودارهای کنترلی که بر اساس آماره پیشنهادی فوق طراحی شده اند نیز "نمودار S_e " نامیده شده اند. به منظور محاسبه آماره S_e ، از تفاضل سطح زیر منحنی مرجع و سطح زیر منحنی برآزش شده بر داده های نمونه ای در فاصله x_l, x_h استفاده شده است (شکل ۵). بر این اساس نحوه محاسبه آماره پیشنهادی (S_e) به شرح ذیل می باشد:

$$f(x, \theta) \quad x_l < x < x_h$$

$$f(x, \hat{\theta}) \quad x_l < x < x_h$$

رابطه (۳)

$$S_e = \int_{x_l}^{x_h} f(x, \theta) - \int_{x_l}^{x_h} f(x, \hat{\theta})$$

در رابطه فوق، (x_l, x_h) دامنه ای از متغیر مستقل است که در آن فرایند مشخصات پروفایل غیر خطی را داراست، $f(x, \theta)$ منحنی مشخصه پروفایل مرجع، $f(x, \hat{\theta})$ منحنی برآزش شده بر داده های نمونه و S_e آماره کنترلی سطح محصور بین منحنی مرجع و منحنی برآزش شده می باشد.

توزیع آماره S_e

توضیحات فوق را می‌توان به صورت دیگری نیز بیان نمود. فرض نمایید که به ازای متغیر مستقل x_i ، مقدار y_i مشاهده شده باشد، کمیت $\hat{y}_i - y_i$ بیانگر مقدار باقیمانده، به ازای متغیر مستقل x_i می‌باشد. مشخصاً مطالب فوق در رابطه با نقاط دیگر رابطه مورد بررسی نیز صادق است. حال اگر تمامی نقاط موجود در بازه x_l, x_h را بررسی نماییم، آنگاه تمامی باقیمانده‌های مربوط به این بازه را در اختیار خواهیم داشت که جمع تمامی این باقیمانده‌ها سطحی را تشکیل خواهد داد. در سطح تشکیل شده از جمع تمامی باقیمانده‌ها در بازه x_l, x_h ابتدا مقادیر هر یک از باقیمانده‌ها یعنی حاصل تفاضل مقادیر مشاهده شده و مقادیر متناظر در پروفایل مرجع محاسبه میشود و پس از آن، مقادیر محاسبه شده با یکدیگر جمع می‌شوند تا یک سطح بسته را تشکیل دهند. اما در آماره S_e یا سطح محصور بین پروفایل مرجع و پروفایل برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای، ابتدا مقادیر مشاهده شده از فرایند توسط یک منحنی، یعنی رابطه پروفایل مشاهده شده از فرایند هموار شده و پس از آن هر یک مقادیر هموار شده از مقادیر متناظر در پروفایل مرجع کسر می‌شود. مجموع این مقادیر یعنی مجموع تفاضل مشاهدات هموار شده و مقادیر متناظر در پروفایل مرجع، آماره سطح محصور بین پروفایل مرجع و پروفایل مشاهده شده از فرایند یا S_e را تشکیل می‌دهد. در آماره S_e ، علت هموار سازی مقادیر مشاهده شده از فرایند (توسط رابطه پروفایل برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای) قبل از تفاضل آنها از مقادیر متناظر در پروفایل مرجع، حذف اثر خطای تصادفی (بین مشاهدات) از مقادیر باقیمانده‌ها می‌باشد. در حقیقت آماره S_e ، روشی جهت محاسبه مجموع باقیمانده‌ها در بازه x_l, x_h می‌باشد. با این توضیح که قبل از محاسبه هر باقیمانده، این روش تلاش می‌نماید قسمت خطای تصادفی (بین مشاهدات) درون هر باقیمانده را با هموار سازی مقادیر مشاهده شده از فرایند حذف نماید. از این رو آماره S_e می‌تواند آماره قدرتمند تری نسبت به باقیمانده‌ها جهت کشف انحرافات با دلیل فرایند باشد. در صورتیکه فرایند تحت کنترل آماری باشد، مقدار هر باقیمانده در بازه x_l, x_h به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{ij} = y_{ij} - f(x_{ij}, \theta) \quad x_l < x_{ij} < x_h \quad \text{رابطه (۴)}$$

در این حالت، تفاوت بین پروفایل مرجع و پروفایل برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای ناشی از خطای تصادفی تصادفی می‌باشد. به عبارت دیگر، در حالت تحت کنترل، نقاط مشاهده شده از فرایند را هم می‌توان با استفاده از رابطه پروفایل مرجع و هم با استفاده از رابطه پروفایل برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای و با در نظر گرفتن مقداری خطای تصادفی پیش بینی نمود:

$$\begin{aligned} y_{ij} &= f(x_{ij}, \theta) + e_{ij} \\ f(x_{ij}, \theta) &= f(x_{ij}, \hat{\theta}) + e'_{ij} \\ y_{ij} &= f(x_{ij}, \hat{\theta}) + e'_{ij} + e_{ij} \\ y_{ij} &= f(x_{ij}, \hat{\theta}) + e''_{ij} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۵)}$$

در رابطه فوق $f(x_{ij}, \theta)$ رابطه پروفایل مرجع، $f(x_{ij}, \hat{\theta})$ رابطه پروفایل برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای و e_{ij} مقدار باقیمانده حاصل از مشاهده Z در نمونه i م می‌باشد. e'_{ij} خطای حاصل از برازش رابطه $f(x_{ij}, \hat{\theta})$ بر داده‌های نمونه‌ای در حالت تحت کنترل بوده و تحت مفروضات تجزیه و تحلیل رگرسیون دارای توزیع نرمال مستقل با پارامترهای میانگین صفر و پراکندگی σ^2 می‌باشد. e''_{ij} نیز مجموع $e'_{ij} + e_{ij}$ می‌باشد.



با توجه به تعریف آماره S_e ، رابطه (۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود. با این توضیح که برای محاسبه مجموع باقیمانده‌ها در فاصله x_l, x_h و با در نظر گرفتن حداقل فاصله dx بین نقاط بازه x_l, x_h ، می‌توان علامت سیگما و انتگرال را با یکدیگر جایگزین نمود. استفاده از علامت سیگما جهت سادگی اثبات توزیع آماره S_e می‌باشد.

$$S_e = \sum_{x_l}^{x_h} (f(x, \theta) - f(x, \hat{\theta})) \quad \text{رابطه (۶)}$$

با توجه به رابطه (۵) و در حالت تحت کنترل، می‌توان می‌توان $f(x, \hat{\theta})$ را با $y_{ij} + e_{ij}''$ جایگزین نمود:

$$S_e = \sum_{x_l}^{x_h} (f(x, \theta) - (y_{ij} + e_{ij}''))$$

$$S_e = \sum_{x_l}^{x_h} f(x, \theta) - \sum_{x_l}^{x_h} y_{ij} - \sum_{x_l}^{x_h} e_{ij}'' \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$S_e = CTE - \sum_{x_l}^{x_h} e_{ij}''$$

رابطه (۷) نشان می‌دهد که آماره S_e یا سطح محصور بین پروفایل مرجع و منحنی برآزش شده بر داده‌های نمونه‌ای، تابعی از جمع باقیمانده‌ها در فاصله x_l, x_h می‌باشد. این نتیجه عمومی و قابل تعمیم به سایر پروفایلها می‌باشد. از آنجاییکه باقیمانده‌ها، مستقل و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و پراکندگی σ^2 می‌باشند. می‌توان توزیع آماره S_e را بسته به نوع مساله بر اساس توزیع باقیمانده‌ها محاسبه نمود. از این رو آماره S_e دارای توزیع نرمال با پارامترهای میانگین p_1 و انحراف معیار p_2 می‌باشد که مقادیر این پارامترها برای هر مساله می‌بایست برآورد شوند. در این مقاله برای برآورد پارامترهای توزیع آماره S_e از شبیه‌سازی استفاده شده است.

پایش ضرائب

با مشخص شدن توزیع آماره پیشنهادی، میتوان از یک نمودار کنترل جهت پایش پارامترهای رابطه غیر خطی استفاده نمود. در این تحقیق از نمودار کنترلی میانگین متحرک موزون نمایی برای این منظور استفاده شده است. علت این امر توانایی نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی در کشف شیفت‌های کوچک ایجاد شده در ضرائب رابطه غیر خطی می‌باشد که در پایش پروفایلهای غیر خطی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بر این اساس آماره و حدود کنترلی نمودار کنترل موزون نمایی برای آماره S_e به صورت زیر می‌باشد:

$$Z_t = \lambda \cdot S_{e_t} + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$\begin{cases} UCL = \mu_0 + L \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \\ LCL = \mu_0 - L \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \end{cases} \quad \text{رابطه (۹)}$$



در روابط فوق Z_i آماره کنترلی میانگین متحرک موزون نمایی، L مقدار ثابت در بازه (۰ و ۱)، ضریب $Z_{\alpha/2}$ ، σ انحراف معیار عناصر خطا و μ مقدار اولیه Z_i می باشد.

پایش واریانس

آماره و حدود کنترل فوق برای پایش ضرائب پروفایل طراحی شده است. برای پایش پراکندگی، استفاده از نمودار کنترل جداگانه‌ای مورد نیاز می باشد. کانگ و آلبین [۱] برای کنترل واریانس پروفایل‌های خطی، استفاده از نمودار دامنه را توصیه نموده‌اند. با توجه به اینکه استفاده از نمودار دامنه، برای اندازه نمونه های کوچک ($n < 10$) توصیه شده است و اینکه در پروفایل‌های غیر خطی عموماً از اندازه نمونه‌های بزرگ استفاده می شود، روش فوق برای پایش پروفایل‌های غیر خطی کارایی خود را از دست می‌دهد. در این تحقیق برای پایش پراکندگی از نمودار انحراف معیار (S) استفاده شده است. آماره کنترلی این نمودار، انحراف معیار نمونه می باشد که برای محاسبه آن از باقیمانده ها استفاده می شود. از آنجاییکه در فاز دو رابطه پروفایل مرجع مشخص می باشد، برای محاسبه باقیمانده ها، هر یک از مقادیر مشاهده شده از فرایند، از مقدار متناظر آن در پروفایل مرجع کسر می شود. برای این منظور، در صورتیکه n مشاهده $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ مربوط به نمونه j ام در نظر گرفته شود. به ازای هر مشاهده، نقطه‌ای متناظر در منحنی مرجع وجود دارد که حاصل تفاضل این دو کمیت، مقدار باقیمانده به ازای مشاهده y_{ij} را نشان می‌دهد:

$$e_{ij} = y_{ij} - f(x_{ij}, \theta)$$

بر اساس مقادیر باقیمانده های بدست آمده، آماره و حدود کنترلی نمودار انحراف معیار بصورت زیر محاسبه میشود:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_i (e_{ij} - \bar{e}_i)^2}{n-1}}$$

رابطه (۱۰)

$$\begin{cases} UCL = \sigma.(C_4 + L\sqrt{1-C_4^2}) \\ LCL = \sigma.(C_4 - L\sqrt{1-C_4^2}) \end{cases}$$

در روابط فوق \bar{e}_i میانگین خطا (باقیمانده های) نمونه i ام، σ انحراف معیار باقیمانده (خطا)، C_4 کمیت وابسته به اندازه نمونه و L مقدار $Z_{\alpha/2}$ می باشد.

بر این اساس، در روش پیشنهادی استفاده همزمان از یک نمودار میانگین متحرک موزون نمایی (بر اساس آماره پیشنهادی)، جهت پایش ضرائب و یک نمودار انحراف معیار جهت پایش پراکندگی پیشنهاد شده است. در قسمت بعد نتایج شبیه سازی های صورت گرفته جهت ارزیابی عملکرد و مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش های ارائه شده در زمینه پایش پروفایل‌های غیر خطی در فاز دو آورده شده است.



شبیه‌سازی

در این قسمت روش پیشنهادی Se/S به همراه سه روش T^2 ، $EWMA/S$ و $MCUSUM/\chi^2$ با استفاده از شبیه‌سازی، با یکدیگر مقایسه و نتایج بدست آمده تحلیل شده است. روش T^2 ، معرفی شده توسط کانگ و آلبین [۱] جهت پایش پروفایل‌های خطی، توسعه داده شده توسط ویلیامز، وودال و بیرج [۱۱] جهت پایش پروفایل‌های غیر خطی در فاز ۱، و تعمیم داده شده توسط واقفی [۱۲] جهت پایش پروفایل‌های غیر خطی در فاز ۲، مبتنی بر استفاده از یک نمودار T^2 چند متغیره جهت پایش ضرائب رابطه غیر خطی است. روش $EWMA/S$ پیشنهاد شده توسط کانگ و آلبین [۱] جهت پایش پروفایل‌های خطی در فاز دو، تعمیم داده شده توسط واقفی [۱۲] به پروفایل‌های غیر خطی، مبتنی بر استفاده همزمان از یک نمودار میانگین متحرک موزون نمایی برای کنترل باقیمانده‌ها و یک نمودار انحراف معیار می‌باشد. روش $MCUSUM/\chi^2$ پیشنهاد شده توسط نورالسنا، امیری، واقفی و روغنیان [۱۳] جهت پایش پروفایل‌های خطی در فاز دو و تعمیم داده شده توسط واقفی [۱۲] به پروفایل‌های غیر خطی، مشتمل بر استفاده همزمان از یک نمودار جمع تجمعی برای کنترل ضرائب و یک نمودار کای دو مبتنی بر باقیمانده‌ها برای کنترل پراکندگی می‌باشد.

معیار ارزیابی روش‌های مختلف، مقدار متوسط طول دنباله یا ARL^1 ، در تشخیص شیفت‌های صورت گرفته در پارامترهای فرایند می‌باشد. در ابتدا مقدار متوسط طول دنباله در وضعیت تحت کنترل یا $ARL(0)$ برای تمامی نمودارها برابر با مقدار خاصی در نظر گرفته می‌شود. پس از آن با ایجاد شیفت‌های مختلف در پارامترهای فرایند که نشان دهنده خارج از کنترل بودن فرایند است، مقدار متوسط طول دنباله یا $ARL(1)$ برای هر نمودار اندازه‌گیری می‌شود. بدیهی است نموداری که در این وضعیت متوسط طول دنباله کمتری داشته باشد از لحاظ آماری عملکرد بهتری دارد. برای تمامی نمودارهای بررسی شده در این مقاله مقدار $ARL(0)=200$ در نظر گرفته شده است. مقدار ثابت نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی $\lambda = 0.2$ در نظر گرفته شده است. برای تمامی شبیه‌سازی‌ها، بدون از دست دادن کلیات، پروفایل غیر خطی با رابطه $y_{ij} = b_1 e^{b_1 + b_2 x_j} + \varepsilon_{ij}$ در نظر گرفته شده است. در این رابطه، $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$ ، بردار $\beta = (b_1, b_2)$ برابر $\beta = (0.5, 2)$ و متغیر X ، یک بردار ۳۰۰ مولفه‌ای بصورت $X = [0.01, 0., 0.03, \dots, 2.99, 3.00]$ در نظر گرفته شده است. تعداد شبیه‌سازی‌ها، ۱۰۰۰۰ تکرار تعیین شده است که بر این اساس دقت اعداد بدست آمده تا یک رقم اعشار می‌باشد. مقادیر شیفت در پارامترهای فرایند از b_k به $b_k + \lambda_k$ به ازای هر دو پارامتر $\lambda_k = 0.0001k$ در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار شیفت در انحراف معیار از σ به $\gamma\sigma$ برابر $\gamma = 0.025k$ لحاظ شده است.

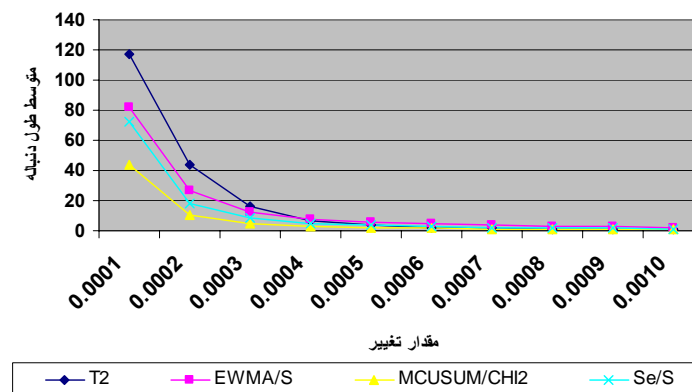
¹ Average Run Length



در جداول ۲ و ۷ و نمودارهای ۷ و ۸ مقادیر متوسط طول دنباله به ازای تغییرات مختلف در پارامترهای b_1, b_2 آورده شده است. همانطور که در جداول و نمودارهای فوق مشاهده می‌شود روش پیشنهادی Se/S و روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای در تشخیص شیفت‌های پارامترهای b_1, b_2 بطور یکنواخت از نمودارهای T^2 و رویکرد باقیمانده‌ها کاراتر عمل می‌نماید. البته روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای در تشخیص شیفت‌های پارامترهای b_1, b_2 بطور یکنواخت از تمامی روش‌ها کاراتر عمل می‌نماید. ضمن اینکه با افزایش اندازه شیفت‌ها، عملکرد سایر روش‌ها بهبود پیدا می‌کند و به روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای نزدیک می‌شود. در تشخیص شیفت‌های پارامترهای b_1, b_2 ، روش پیشنهادی Se/S و روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای هم در شیفت‌های کوچک و هم در شیفت‌های بزرگ دارای عملکرد مناسب می‌باشند. در این رابطه و در مورد روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای باید اشاره شود که نمودار جمع تجمعی جزو نمودارهایی می‌باشد که در تشخیص سریع شیفت‌های کوچک عملکرد مناسبی دارد. نمودار کای دو هم حالت خاصی از نمودار T^2 است که در تشخیص شیفت‌های متوسط و بزرگ عملکرد مناسبی دارد. اما در رابطه با روش پیشنهادی Se/S باید اشاره شود که در نمودار Se ، از سطح محصور بین منحنی مرجع و منحنی برازش شده بر داده‌های نمونه‌ای به عنوان آماره کنترلی استفاده می‌شود و این آماره نسبت به هر گونه تغییر در پارامترهای پروفایل، چه کوچک و چه بزرگ حساس می‌باشد.

روش	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.001
T^2	117.06	43.92	16.62	6.98	3.6	2.15	1.52	1.24	1.09	1.03
EWMA/S	81.7	26.46	12.58	7.67	5.49	4.32	3.56	3.03	2.67	2.37
MCUSUM/Chi2	43.76	10.61	4.73	3.03	2.17	1.69	1.42	1.24	1.1	1.04
Se/S	72.841	18.278	8.828	5.184	3.448	2.648	2.068	1.768	1.51	1.314

جدول ۱- میانگین طول دنباله‌ای شبیه‌سازی شده، هنگامیکه پارامتر b_1 به $b_1 + \lambda_1 \sigma$ شیفت پیدا کرده است



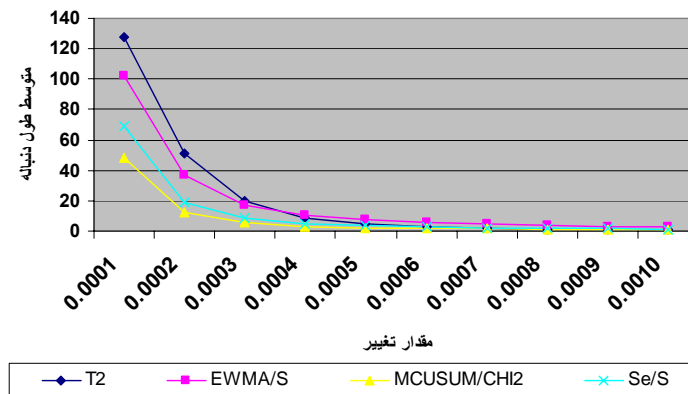
نمودار ۷- شیفت در b_1

روش	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.001
-----	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-------



T ²	128.02	50.69	20.13	8.84	4.51	2.68	1.83	1.39	1.17	1.07
EWMA /S	102.26	36.58	17.32	10.24	7.3	5.46	4.42	3.7	3.22	2.87
MCUSUM/Chi2	48.24	12.73	5.59	3.28	2.24	1.91	1.58	1.35	1.21	1.08
Se/S	68.84	19.01	8.598	5.061	3.569	2.595	2.115	1.747	1.484	1.332

جدول ۲- میانگین طول دنباله ای شبیه سازی شده، پارامتر b_2 به $b_2 + \lambda_2 \sigma$ شیفیت پیدا کرده است

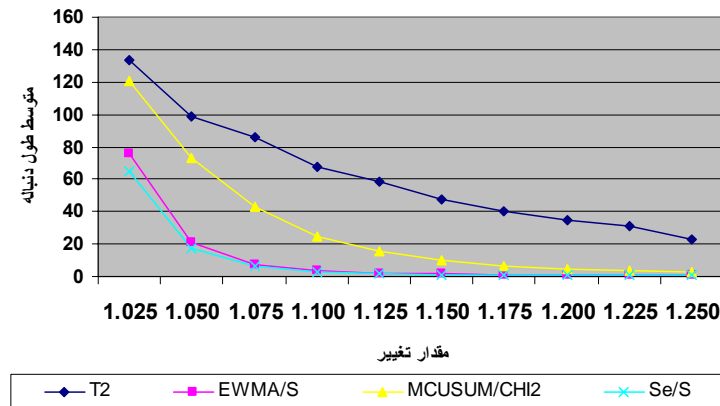


نمودار ۶- شیفیت در b_2

یکی از مهمترین پارامترهایی که در پروفایلها کنترل می شود، نظارت بر انحراف معیار به عنوان پارامتر پراکندگی می باشد. جدول ۳ و نمودار ۸، مقادیر متوسط طول دنباله ای را برای روشهای مختلف، وقتیکه تغییری در انحراف معیار بوجود می آید، نشان می دهد. مشاهده می شود که روش پیشنهادی Se/S با اختلاف زیاد و بطور یکنواخت از تمامی روشها، از جمله روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای بهتر عمل می کند. پس از روش Se/S روش باقیمانده ها نیز بطور یکنواخت از سایر روش ها عملکرد بهتری دارد. علت عملکرد مناسب این روشها در کنترل انحراف معیار، استفاده آنها از نمودار انحراف معیار می باشد. نمودار انحراف معیار، نمودار قدرتمندی جهت پایش پراکندگی در اندازه نمونه های بزرگ می باشد. در این قسمت روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای ضعیفترین نمودار می باشد. علت این امر کاهش دقت نمودار کای دو در نمونه های بزرگ می باشد.

روش	1.025	1.05	1.075	1.1	1.125	1.15	1.175	1.2	1.225	1.25
T ²	133.6	99.16	86.07	67.73	58.13	47.61	39.79	35.18	30.74	22.55
EWMA /S	76.05	21.02	7.34	3.21	1.92	1.41	1.16	1.07	1.03	1.01
MCUSUM/Chi2	121.02	73.46	43	24.58	15.38	10.44	6.45	4.58	3.53	2.72
Se/S	64.494	16.945	5.968	3.021	1.775	1.306	1.142	1.066	1.021	1.007

جدول ۳- میانگین طول دنباله ای شبیه سازی شده، هنگامیکه پارامتر σ به $\gamma\sigma$ شیفیت پیدا کرده است



نمودار ۸- شیفیت در σ

نتیجه گیری

نتایج شبیه سازی های انجام شده نشان می دهد که روش پیشنهادی Se/S بطور یکنواخت در تشخیص شیفت های مختلف صورت گرفته در بردار ضرائب (b_1, b_2) و انحراف معیار (σ) از روش های T^2 و $EWMA/S$ کارا تر عمل می نماید. علاوه بر این روش پیشنهادی Se/S در تشخیص شیفت های مختلف صورت گرفته در انحراف معیار (σ) بطور یکنواخت از روش $MCUSUM/\chi^2$ کارا تر عمل می نماید. بدین ترتیب روش پیشنهادی Se/S در بین روش های پارامتری توسعه داده شده جهت پایش پروفایل های غیر خطی در فاز دو، در کنار روش نمودار جمع تجمعی و نمودار مربع کای تعمیم داده شده توسط واقفی (۲۰۰۴) [۱۲]، کارا ترین روش های بررسی شده می باشد. ضمن اینکه روش پیشنهادی Se/S در اندازه نمونه های کوچک و در مقایسه با روش ها پارامتری ارائه شده توسط واقفی (۲۰۰۴) [۱۲] جهت پایش پروفایل های غیر خطی در فاز دو، با استفاده از شبیه سازی هایی مشابهی که نتایج آن در این مقاله آورده نشده است مورد ارزیابی قرار گرفت که در انجا نیز روشی کارا ارزیابی گردیده است.

منابع

- 1) Kang, L. and Albin, S. L. (2000). "On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile". Journal of Quality Technology 32, pp. 418-426.
- 2) Walker, E. and Wright, S. P. (2002). "Comparing Curves Using Additive Models". Journal of Quality Technology 34, pp. 118-129.
- 3) Mestek, O.; Pavlik, J.; and Suchánek, M. (1994). "Multivariate Control Charts: Control Charts for Calibration Curves". Fresenius' Journal of Analytical Chemistry 350, pp. 344-351.
- 4) Jin, J. and Shi, J. (2001). "Automatic Feature Extraction of Waveform Signals for In-Process Diagnostic Performance Improvement". Journal of Intelligent Manufacturing 12, pp. 257-268.
- 5) Gardner, M. M.; Lu, J. -C.; Gyurcsik, R. S.; Wortman, J. J.; Hornung, B. E.; Heinisch, H. H.; Rying, E. A.; Rao, S.; Davis, J. C.; and Mozumder, P. K. (1997). "Equipment Fault Detection Using Spatial Signatures". IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology - Part C, 20, 295-304.



- 6) Boeing Commercial Airplane Group, Materiel Division, Procurement Quality Assurance Department (1998). *Advanced Quality System Tools, AQS D1-9000-1*, The Boeing Company: Seattle, WA.
- 7) Runger, G. C.; Alt, F. B.; and Montgomery, D. C. (1996). "Controlling Multiple Stream Processes with Principal Components". *International Journal of Production Research* 34, pp. 2991-2999.
- 8) Nair, V. N.; Taam, W.; and Ye, K. Q. (2002). "Analysis of Functional Responses from Robust Design Studies". *Journal of Quality Technology* 34, pp. 355-370.
- 9) Miller, A. (2002). "Analysis of Parameter Design Experiments for Signal-Response Systems". *Journal of Quality Technology* 34, pp. 139-151.
- 10) Williams, J. D.; Woodall, W. H.; and Birch, J. B. (2003). "Phase I Monitoring of Nonlinear Profiles", paper presented at the 2003 Quality and Productivity Research Conference, Yorktown Heights, New York.
- 11) Hall, P.; Poskitt, D.; and Presnell, B. (2001). "A Functional Data-Analytic Approach to Signal Discrimination". *Technometrics* 43, pp. 1-24.
- 12) Vaghefi, A. (2004). "Phase Two Monitoring Of Nonlinear Profiles", M.Sc Thesis. IUST University. Tehran, Iran.
- 13) Noorossana, R.; Amiri, A; Vaghefi, A; and Roghanian, E. (2004). "Monitoring Quality Characteristics Using Linear Profiles". *Proceeding in Third International Industrial Engineering Conference*. Tehran, Iran.