



بررسی اثر توربولانس آزاد جریان در کاهش درگ با مدل سازی به روش گردابه‌های تصادفی در جریان سیال تراکم ناپذیر اطراف استوانه

نوروز محمد نوری^۱، سیامک اسلامی^۲

تهران - نارمک - دانشگاه علم و صنعت ایران - آزمایشگاه مهندسی مکانیک - آزمایشگاه هیدرودینامیک کاربردی

mnouri@iust.ac.ir

چکیده:

کاهش نیروی مقاوم در حرکت اجسام سبب سرعت های بالاتر و کاهش منابع انرژی می شود. توربولانس آزاد جریان به عنوان یکی از عوامل موثر بر نیروی مقاوم و حرکت شناورها مورد توجه است و در حل های عددی اثر آن باید در نظر گرفته شود. در این تحقیق مدلی از حل معادله انتقال ورتیسیتی به روش گردابه‌های تصادفی بدست آمده است. بنابراین جریان به شبکه‌ای از حبابهای ورتکس گسسته می شود و حرکت تصادفی آنها با دیدگاه لاغرانژی تعقیب می شود. نتیجه، رابطه‌ای بین خصوصیات فیزیکی جریان است و اثر این پدیده حول استوانه در یک جریان تراکم ناپذیر بررسی شده است و نتایج حاصل با نتایج تجربی مقایسه شدند.

کلمات کلیدی : نیروی درگ، توربولانس آزاد جریان، شدت توربولانس، روش گردابه‌های تصادفی

¹ استادیار دانشکده مکانیک دانشگاه علم و صنعت ایران

² دانشجوی دکترای مکانیک دانشگاه علم و صنعت ایران



۱- مقدمه

کاهش نیروی مقاوم در برابر حرکت اجسام سبب دستیابی به سرعت های بالاتر و نیز کاهش منابع انرژی برای حرکت جسم می شود. در بررسی جریان حول اجسام غوطه ور، جریان بالادست در دو حالت با توربولنس و بدون توربولنس بررسی می شود. توربولنس آزاد جریان به دلیل اثری که بر جریان اطراف جسم می گذارد از اهمیت ویژه ای برخوردار است و سبب تاثیر بر لایه مرزی و نیروی مقاوم جسم می شود بنابراین بررسی اثر آن بر ضریب درگ اجسام مورد علاقه مهندسین قرار دارد و نتایج کاربردی آن هر وسیله یا مکانیزم در معرض جریان های توربولنس را در بر می گیرد. هر مقدار شدت توربولنس بالاتر از 10° درصد باید مورد ملاحظه طراحان قرار گیرد هر چند که شدت های توربولنس به مراتب بالاتر نیز وجود دارد مثلا در بادهای وابسته به طول های جغرافیایی، این مقدار به 30° درصد یا بیشتر نیز می رسد و نیز شدت های توربولنس تا 20° درصد نیز در کانال های جزر و مدی گزارش شده است. مجموعه این مسایل سبب شده است که توجه محققین به بررسی اثر توربولنس آزاد جریان بر روی جسم معطوف شود. از جمله مهمترین آنها آزمایش های داییان و همکارانش (Dyban) [۴و۵] است که در سالهای اخیر پنیو و همکارانش (Peneau) [۱۶و۱۵و۱۴] همان نتایج را تایید کردند. آزمایش هایی توسط ساتاپاتی و کلاید (Cheng&Clyde) [۱۰] در مورد نوسانات نیروی درگ بدست آمده است که از اساسی ترین آنها آزمایش کو و گرف (Ko&Graf) [۷]، کو و گرف (Einstein&Elsamni) [۹و۸] و چنگ (Satapathy) [۶] اینستین و السامنی (Satapathy) [۶] نظیر دیویس (Davis) [۱۱]، براون (Brunn) [۱۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. روش گردابه های تصادفی برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ توسط چورین (Chorin) [۱] در رابطه با کار بر روی یک سیلندر دوار ارائه شد. روش او را چیر (Cheer) در سال ۱۹۸۳ [۲] ادامه داد و در سال ۱۹۸۹ با کار بر روی سیلندر دوار در اعداد رینولدز ۳۰۰۰ و ۹۵۰۰ کامل کرد [۳].



۲-روش حل میدان جریان استوانه با روش گردابه‌های تصادفی

در این روش بر مبنای اجزای گردابه‌ای، تعداد محدودی گردابه عددی تولید و با دیدگاه لاغرانژی تعقیب می‌شوند. این گردابه‌ها در یک میدان حل با جریان پتانسیل مشخص حرکت می‌کنند و اصل مهم قانون بیو-ساوار می‌باشد که مبنای القای سرعت گردابه‌ها بر روی یکدیگر است. در این روش هر گام زمانی به دو گام جزئی تقسیم می‌شود که در اولی، مکانیزم جابجایی برای مراکز گردابه‌ها صورت می‌گیرد و در دومی تأثیر نفوذ ورتیسیتی با اضافه کردن حرکت ناشی از آن بدست می‌آید. شرط مرزی سرعت عمودی صفر روی سطح جسم ناشی از جریان زمینه، به کمک چشم می‌چشم و چاه (دوبلت) و سرعت عمودی ناشی از سرعت القایی گردابه‌های تولید شده، با روش تصویر ارضاء می‌شود. شرط عدم لغزش روی سطح نیز با تولید ورتیسیتی روی مرز قابل ارضاء خواهد بود. و معادلات حاکم به صورت زیراست:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{U} \quad (2)$$

$$B.C. : \quad \vec{U} = 0 \quad \text{On boundary} \quad (3)$$

$$I.C. : \quad \vec{U} = 0 \quad \text{At } t = 0 \quad (4)$$

برای رهائی از ترم غیرخطی از معادله انتقال ورتیسیتی استفاده می‌شود که در حالت دو بعدی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (5)$$

در یک بازه زمانی با فرض کوچک بودن گام زمانی، فرآیند انتقال به دو مکانیزم جداگانه تقسیم می‌شود :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \omega = 0 \quad \text{ترم جابجایی} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad \text{ترم نفوذ} \quad (7)$$

با حل ترم جابجایی، جابجایی لاغرانژی المانهای ورتكس قابل بیان می‌باشد و در ترم نفوذ جابجایی تصادفی همان المانها بر اساس یک متغیر تصادفی گوسی بدست می‌آید (واریانس $\sqrt{2t/Re}$). شرایط مرزی با اضافه کردن میدان سرعت پتانسیل در گام جابجایی و ایجاد المانهای ورتكس برای اراضی عدم لغزش در گام نفوذ ارضاء می‌شوند. پس :



$$x(t + \Delta t) = x(t) + \sum_{j=1}^n u_j dt + \eta_x \quad (\text{الف})$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \sum_{j=1}^n v_j dt + \eta_y \quad (\text{ب})$$

در معادله فوق η_x, η_y ناشی از حل قسمت نفوذ می‌باشند و مقادیر سرعت طبق روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$u_i = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \Gamma_j \frac{y_i - y_j}{r_{ij}^2} - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \Gamma_j \frac{y_i - y_j}{r_{ij} \cdot \delta} \quad (\text{الف})$$

$$v_i = +\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \Gamma_j \frac{x_i - x_j}{r_{ij}^2} + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \Gamma_j \frac{x_i - x_j}{r_{ij} \cdot \delta} \quad (\text{ب})$$

که x, y مکان گردابه‌ها، r_{ij} فواصل مراکز گردابه‌ها از هم و δ شعاع گردابه می‌باشند. هر گردابه صفحه‌ای با طول δ بعد از فاصله Δs از سطح به گردابه حبابی تبدیل می‌شود. v_i, u_i با ارضای شرط مرزی نرمال به صورت زیر است:

$$u_i = u_{pi} + u_{wi} + u_{wi1} + u_{wi2} \quad (10)$$

$$v_i = v_{pi} + v_{wi} + v_{wi1} + v_{wi2} \quad (11)$$

که در آن u_{pi}, v_{pi} سرعتهای پتانسیلی در نقطه i در جهت‌های x, y ، u_{wi}, v_{wi} سرعتهای القائی تمامی گردابه‌های حبابی واقع در نقطه j ، روی نقطه i در جهت‌های x, y ، u_{wi1}, v_{wi1} سرعتهای القائی تصاویر گردابه‌های حبابی واقع در نقطه i در جهت‌های y, x ، u_{wi2}, v_{wi2} سرعتهای القائی تصاویر گردابه‌های حبابی واقع در مرکز سیلندر روی نقطه i در جهت‌های y, x . [۱۲]

۳- توربولنس آزاد جریان و معادلات آن

در بررسی جریان همراه با توربولنس، جریان بالا دست جسم در ارتباط با عامل آشفتگی آن در نظر گرفته نمی‌شود و توربولنس تنها خصوصیتی از آن است که کیفیت آن با شدت توربولنس مشخص می‌شود. اثر اغتشاش در میدان جریان با نشان دادن مقادیر لحظه‌ای به صورت مجموع دو مقدار متوسط و نوسانی، اعمال می‌شود و به صورت $\phi'(t) = \Phi + \phi(t)$ نوشته می‌شود که متوسط Φ در طول زمان در یک جریان دائمی ثابت است در حالی که در جریان غیر دائم تابعی از زمان می‌باشد و میانگین زمانی نوسانات صفر می‌باشند. اگر سرعت در هر نقطه از جریان را



مشخص کنیم خواهیم داشت $\vec{u} = \vec{U} + \vec{u}'$ و انرژی جنبشی در واحد جرم آشفتگی از رابطه

$$I_u = \left(\frac{2}{3} k \right)^{1/2} / U_{ref} \quad k = \frac{1}{2} (\bar{u'^2} + \bar{v'^2} + \bar{w'^2})$$

نمایش اثر نوسانات آشفته بر روی جریان متوسط با قرار دادن مجموع مولفه متوسط و نوسانی متغیرهای \vec{u} و p در معادلات جریان و به کار بردن روابط میانگین زمانی به صورت معادلات رینولدز نتیجه می‌شود:

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div}(U \vec{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \operatorname{div} \operatorname{grad} U + \left[-\frac{\partial \bar{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{u'w'}}{\partial z} \right] \quad (\text{الف})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div}(V \vec{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \operatorname{div} \operatorname{grad} V + \left[-\frac{\partial \bar{u'v'}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v'^2}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{v'w'}}{\partial z} \right] \quad (\text{ب})$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \operatorname{div}(W \vec{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + v \operatorname{div} \operatorname{grad} W + \left[-\frac{\partial \bar{u'w'}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v'w'}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{w'^2}}{\partial z} \right] \quad (\text{ج})$$

که تنش های رینولدز در آنها ظاهر می شوند و عبارت از سه تنش قائم و سه تنش برشی، به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= -\rho \bar{u'^2}; \tau_{yy} = -\rho \bar{v'^2}; \tau_{zz} = -\rho \bar{w'^2}; \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = -\rho \bar{u'v'}; \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \bar{u'w'}; \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \bar{v'w'} \end{aligned}$$

در بررسی توربولانس توجه بر کمیتهای متوسط مشخصی متمرکز می‌شود که همان تنش‌های رینولدز هستند.

توربولانس آزاد جریان دارای ساختار ایزوتروپیک است.^[1] بنابراین در هر نقطه از جریان نوسانات سرعت از یک مرتبه می‌باشند. و تمامی مقادیر تنش‌های رینولدز در یک عبارت خلاصه می‌شوند و انرژی جنبشی در واحد جرم به

$$k = \frac{3}{2} \bar{u'^2} = \frac{3}{2} \bar{v'^2} = \frac{3}{2} \bar{w'^2} \quad \text{صورت } U_{ref} = U_\infty \quad \text{تعريف}$$

شود شدت آشفتگی در هر نقطه به صورت $I_u = \frac{\left(\frac{2}{3} k \right)^{1/2}}{U_{ref}}$ خلاصه می‌شود.

توربولانس آزاد جریان به دلیل عدم وجود شرط مرزی ناشی از وجود جسم خارجی، دارای ساختار همگن است.

بر مبنای آنچه گفته شد اراضی شرایط آماری توربولانس آزاد جریان به صورت زیر خلاصه می‌شود:



$$u' = v' = w' = 0 \quad , \quad I_u = \frac{\sqrt{u'^2}}{U_\infty} = \frac{\sqrt{v'^2}}{U_\infty} = \frac{\sqrt{w'^2}}{U_\infty} = const \quad (14)$$

۴- مدل کردن توربولانس آزاد جریان به روش گردابه‌های تصادفی

یک مدل آشفتگی عبارت از یک رویه محاسباتی برای بستن سیستم معادلات جریان آشفته است. از معادلات میانگین زمانی تنشهای رینولدز به عنوان کمیاتی متوسط برای بیان جریان توربولانس استخراج می‌شوند. در کاربرد این روابط برای توربولانس آزاد جریان، تنشهای رینولدز به یک عبارت تحت عنوان شدت توربولانس آزاد جریان خلاصه شدند که برای اراضی شرایط آماری آن باید روابط (۱۴) بر جریان حاکم باشند. به این منظور معادله انتقال ورتیسیتی در حالت بدون بعد به روش گردابه‌های تصادفی حل شده است.

۱-۴ تحلیل مساله و بدون بعد کردن آن

پارامترهای فیزیکی مساله عبارت از سرعت متوسط جریان آزاد، قدرت گردابه، شعاع هسته ورتسکس و لزجت سینماتیکی می‌باشند با در نظر داشتن فرم بی بعد معادله انتقال ورتیسیتی :

$$\frac{\omega_0 L_0}{V_0} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{t}} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \frac{v_0}{L_0 V_0} \nabla^2 \bar{\omega} \quad (15)$$

و با تعریف پارامترهای $L_0 = \delta$ ، $V_0 = U_\infty$ ، $\omega_0 = \frac{U_\infty}{\delta}$ ، $\bar{t} = \frac{t U_\infty}{\delta}$

معادله انتقال ورتیسیتی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{t}} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \frac{1}{Re_\delta} \nabla^2 \bar{\omega} \quad \& \quad Re_\delta = \frac{U_\infty \delta}{v} \quad (16)$$

همانطور که در بخش (۲) آمده است این معادله بیانگر انتقال ورتیسیتی طی دو مکانیزم نفوذ و جابجایی است که با توجه به ابعاد مشخصه تعریف شده، صورت بدون بعد حل جابجایی آن خواهد شد:

$$\bar{u}_i = -\frac{1}{2\pi} \sum \frac{\Gamma_j}{\delta U_\infty} \frac{\bar{y}_i - \bar{y}_j}{r_{ij}^{-2}} - \frac{1}{2\pi} \sum \frac{\Gamma_j}{\delta U_\infty} \frac{\bar{y}_i - \bar{y}_j}{r_{ij}} \quad (الف) \quad (17)$$



$$\bar{v}_i = \frac{1}{2\pi} \sum \frac{\Gamma_j}{\delta U_\infty} \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\bar{r}_{ij}^2} + \frac{1}{2\pi} \sum \frac{\Gamma_j}{\delta U_\infty} \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\bar{r}_{ij}} \quad (17)$$

که از روابط فوق $\Gamma^* = \frac{\Gamma}{U_\infty \delta}$ را به عنوان قدرت بدون بعد گردابه‌ها تعریف می‌کنیم. حل نفوذ ناشی از جابجائی ورتكس‌ها بر اساس یک متغیر تصادفی گوسی با انحراف معیار $\sigma = \sqrt{\frac{2t}{Re}}$ می‌باشد و با قرار دادن عدد رینولدز بر حسب طول مشخصه تعریف شده بر مبنای شعاع هسته ورتكس خواهیم داشت: $\sigma_f = \frac{1}{\delta} \sqrt{2v\Delta t}$ که مبنای تولید اعداد تصادفی است و تغییر مکان کلی المانهای ورتكس در دو گام جزیی بصورت زیر است:

$$\bar{x}(\bar{t} + \bar{\Delta t}) = \bar{x}(\bar{t}) + \sum_{j=1}^n \bar{u}_i \bar{\Delta t} + \eta_x \quad (18\text{الف})$$

$$\bar{y}(\bar{t} + \bar{\Delta t}) = \bar{y}(\bar{t}) + \sum_{j=1}^n \bar{v}_i \bar{\Delta t} + \eta_y \quad (18\text{ب})$$

۴-۲ مدل کردن مساله

در این مدل شبکه‌ای از ورتكسها با قدرتهای یکسان مثبت و منفی بصورت همگن و متقاضی شده‌اند. شکل (۱) این آرایش را نشان می‌دهد که فاصله هر دو ورتكس به صورت $d = 10\sigma_f$ تعریف می‌شود. این مجموعه ورتكس به عنوان بخشی از جریان در نظر گرفته می‌شود بنابراین محدوده اولیه آنها به عنوان یک حجم کنترل در نظر گرفته می‌شود که پس از خارج شدن ورتكسها از آن توسط حرکت انتقالی ورتكس‌های بعدی جانشین می‌شوند. بنابراین برای انجام عملیات محاسباتی ساده‌تر از خارج شدن ورتكسها از محدوده اولیه شان جلوگیری می‌کنیم و به دلیل غلبه ترم نفوذ از نظر مقیاس زمانی بر ترم جابجایی تنها حل نفوذ را اعمال می‌شود. بنابراین:

$$\bar{x}(\bar{t} + \bar{\Delta t}) = \bar{x}(\bar{t}) + \eta \quad (19)$$

$$\bar{y}(\bar{t} + \bar{\Delta t}) = \bar{y}(\bar{t}) + \eta_y \quad (19\text{ب})$$

که بر این اساس آرایش ورتكسها به هم می‌ریزد و در مرکز مربع به عنوان یک نقطه دلخواه از جریان سرعت القا می‌کنند که شدت توربولنس را نتیجه می‌دهد. در این مدل شرایط مختلف توربولنس آزاد جریان با قدرت گردابه‌ها برای القای سرعت و انحراف معیار (σ_f^*) برای ایجاد حرکت تصادفی گردابه‌ها توصیف می‌شود. شکل (۲) یک



حالت از این شرایط مختلف توربولنس آزاد را نشان داده است. ارضای شرایط آماری توربولنس در نمودارها کاملا مشهود است. در محاسبه شدت توربولنس تعداد ورتكس ها ۵۰۰۰ تا فرض شده است.

۳-۴-۳ ارتباط خصوصیات فیزیکی جریان و شدت توربولنس

از آنجا که در مدل مورد نظر، آرایش ورتكسها تنها تابعی از انحراف معیار است ($d = 10\sigma_f$) بنابراین در هر انحراف

معیار، ورتكسها با آرایش مکانی یکسان و با داشتن Γ^* های مختلف، در هر نقطه سرعتی القاء می کنند که تنها تابع

$\frac{I_{u2}}{I_{u1}} = \frac{\Gamma_2^*}{\Gamma_1^*}$ قدرت ورتكس ها می باشد و در این شرایط بین دو شدت توربولنس حاصله در دو Γ^* مختلف رابطه

$\frac{I_u}{\Gamma^*} = f(\sigma_f)$ برقرار است و درنتیجه بنابراین نتایج حاصل از حالات گوناگون جریان با توربولنس آزاد، براساس رابطه بالا در شکل (۳) خلاصه می شود.

۵- مدل توربولانسی در حل جریان همراه با توربولنس آزاد حول سیلندر استوانه‌ای

پارامترهای عددی جریان حول استوانه در روش گردابه‌های تصادفی عبارت از بازه زمانی (Δt)، شعاع هسته ورتكس

(δ)، حداکثر قدرت گردابه‌ها (Γ_m) و نیز ضخامت لایه مرزی آرام (ds) و h طول تقسیمات استوانه هستند.

برای حل مساله استوانه در یک رینولدز مشخص و در یک شدت توربولنس خاص ، طیف وسیعی از این داده‌ها را

می‌توان به عنوان ورودی به کار برد، ولی همگی آنها به جواب مطلوب منجر نمی‌شوند. یعنی اگر Δt و δ ثابت فرض

شوند با تغییر Γ_m مقادیر ضریب درگ متفاوتی حاصل می شود. به همین ترتیب جواب مورد نظر نسبت به تغییر هر

یک از داده‌های ورودی حساسیت دارد. با داشتن جواب برای هر حالت می‌توان با سعی و خطأ، مقادیر منجر به جواب

را به دست آورد. ولی اگر جواب در دسترس نباشد چگونه باید این مقادیر را حاصل کرد ؟ شکل(۳) ارتباط بین

پارامترهای فیزیکی حاکم بر جریان را نشان می دهد و می توان مجموعه‌ای از داده‌ها را از آن بدست آورد و جریان

حول اشکال دو بعدی را با تعیین کمیتهای فیزیکی جریان حل کرد. در این تحقیق $\Delta t = 0.05\text{sec}$

قرار داده شده است و تقسیمات استوانه از ۳۰ تا ۵۸ تغییر می‌کند و Γ_m دارای مقادیر ۰.۰۵ و ۰.۰۶۴ و ۰.۰۷۵ به



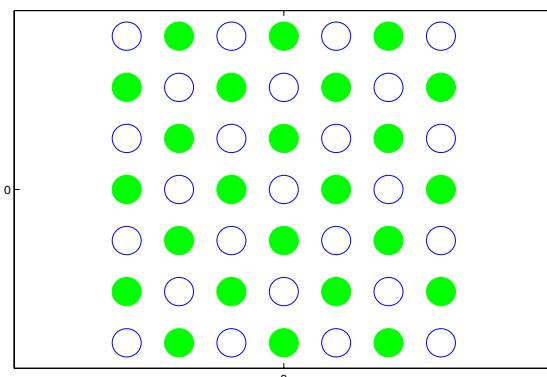
ترتیب برای شدت های توربولانس 4% و 5% و 6% می باشد.

۶- نتایج و جمع بندی

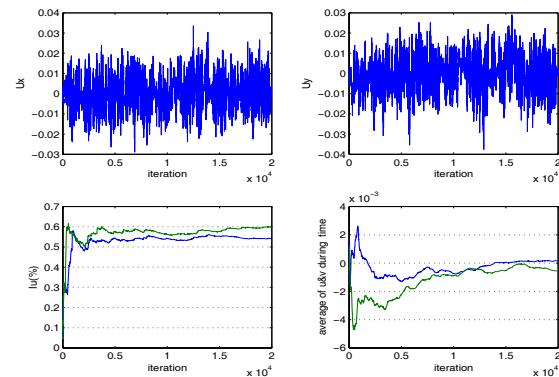
شکل (۴) و (۵) یک نمونه از نتایج بدست آمده برای ضرایب درگ ولیفت است و همگرایی مقادیر درگ با گذشت زمان در این شکل کاملا مشهود است.

شکل (۶) ضرایب درگ ولیفت محاسبه شده از مدل توربولانس آزاد را، با نتایج تجربی بدست آمده توسط کو و گراف [۱۰] در شدت های توربولانس پایین تر از 10% . مقایسه می کند و همانگونه که ملاحظه می شود تطابق خوبی بین این جواب ها به لحاظ محدوده قرارگیری وجود دارد و از لحاظ مقدار متوسط تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند.

۷- شکل ها

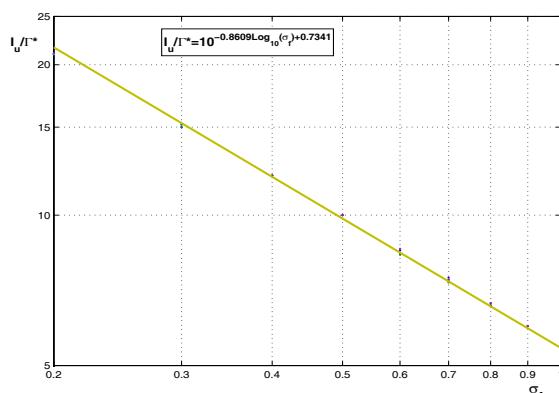


شکل (۱) آرایش اولیه ورتكس ها

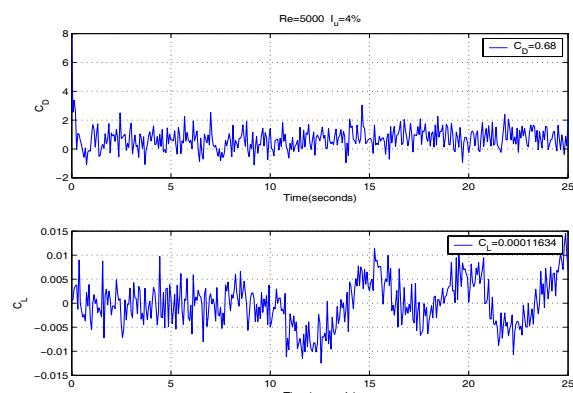


شکل (۲) سرعت، سرعت متوسط و شدت توربولانس برای

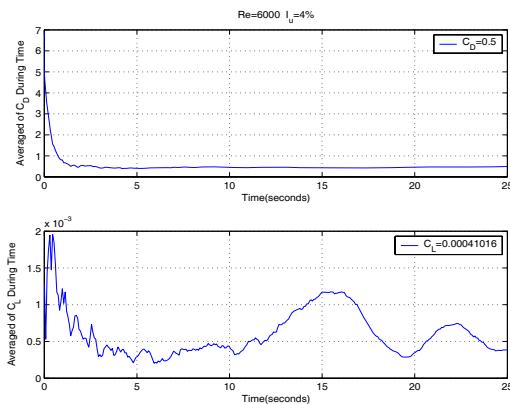
$$\Gamma^* = 0.1, \sigma_f = 1$$



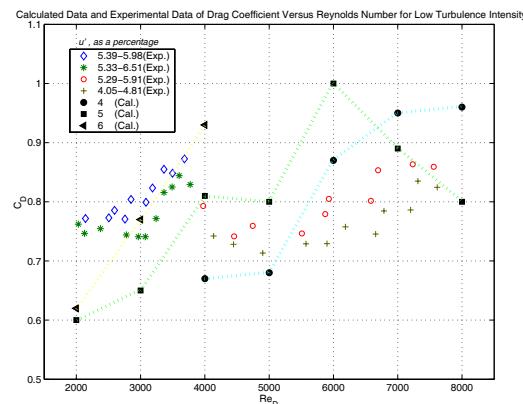
شکل (۳) ارتباط بین خصوصیات فیزیکی جریان سیال تراکم ناپذیر و شدت توربولانس



شکل (۴) تغییرات ضرایب برآ و پسا در طول زمان



شکل (۵) ضرایب برآ و پسا در طول زمان



شکل (۶) مقایسه ضرایب درگ در مقابل عدد رینولدز برای شدت‌های توربولنس پائین، برای نتایج محاسباتی و اطلاعات آزمایشگاهی

- مراجع

- 1- Chorin,A.J."Numerical study of slightly viscous flow", J.Fluid Mech, Vol.57,785-796 ,1973
- 2- Cheer, A.Y., "A Study of Incompressible 2-D Vortex Flow Past a Circular Cylinder", SIAM, J.Sci. Comp., Vol.4. pp.685-705, 1983
- 3- Cheer, A.Y., "Unsteady Separated Wake Behind an Impulsively Started Cylinder in Slightly Viscous Fluid", J.Fluid Mech., Vol.201, pp.485-505, 1989
- 4- E.P.Dyban and E.Ya.Epick, "Transferts de Chaleur et Hydrodynamique Dans Les Ecoulements Randus Turbulence",Monographie Traduite du Russe a l'I.N.R.A(traduction N.Zuzine,revision A.Kondjoyan) disponible au laboratoire,1985
- 5- E.P.Dyban,E.Ya.Epick and T.T.Surpun, "Characteristics of the laminar layer with increased turbulence of the outer stream", International Chemical engineering,17(3):501-504 Julay 1977
- 6- Satapathy.B,"Turbulence effects on the drag of three-Dimensional Bodies in Mid stream",Ph.D.Thesis,Univ.of Roorke,Roorkee,1980
- 7- Einstein,H.A.and EL-samni. "Hydrodynamic forces on a rough waal".Rev of modern physics.Vol 21,No.3,July 1949
- 8- Ko,S.C. and W.H.Graf, "Darg coefficient and turbulence characteristics", Proc. of 14th Congress of IAHR, Paris (France), Vol 2,1971
- 9- Ko,S.C. and W.H.Graf, "Darg coefficient of cylinders in turbulent flow", JHD,Proc.ASCE,Vol 98 ,No HY-5,1972
- 10- Cheng.E.D.H and C.G.Clyde, "Instantaneous hydrodynamic lift and drag forces on large roughness elements in turbulent open channel flow ",Sedimentation Symposium to Honour Einstein.(Ed.)H.W.Shen, Fort Collins(USA),1972
- 11- Garde, R.J., "Turbulent Flow ", New Age International (P) Ltd. Publishers, 2000
- 12- Jafari, M.M., "Analysis of Flow over Two Dimensional Bodies Near the Free Surface Using Random Vortex Method",M.Sc. Thesis,Department of Mechanical Eng. , Iran University of Science and Technology,2002 (in Farsi)



- 13- Versteeg, H.K. and Malalasekera, W, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method" McGraw-Hill Inc., 1995
- 14- F.P'eneau,H.C.Boisson, and N.Djilali. "Large eddy simulation of the influence of high free-stream turbulence on spatially evolving boundary layer", Int .J.of Heat and Fluid Flow,21:640-647,2000
- 15- F.P'eneau,H.C.Boisson, A.Kondjoyan and N.Djilali. "Structure of flat plate boundary layer subjected to free-stream turbulence", Int .J.of Computational Fluid Dynamics,18(2):1-14,February 2004
- 16- F.P'eneau,D.Legendre, J.Magnaudet, and H.C.Boisson " Large eddy simulation of a spatially growing boundary layer using a dynamic mixed subgrid-scale model",Symposium ERCOFTAC on Direct and Large-Eddy Simulation, Cambridge May 1999,12-14 may 1999